

安定・高忠実を両立する 次世代の圧縮性流体ソルバーFFVHC-ACE と超大規模データ解析

河合宗司 (東北大学)

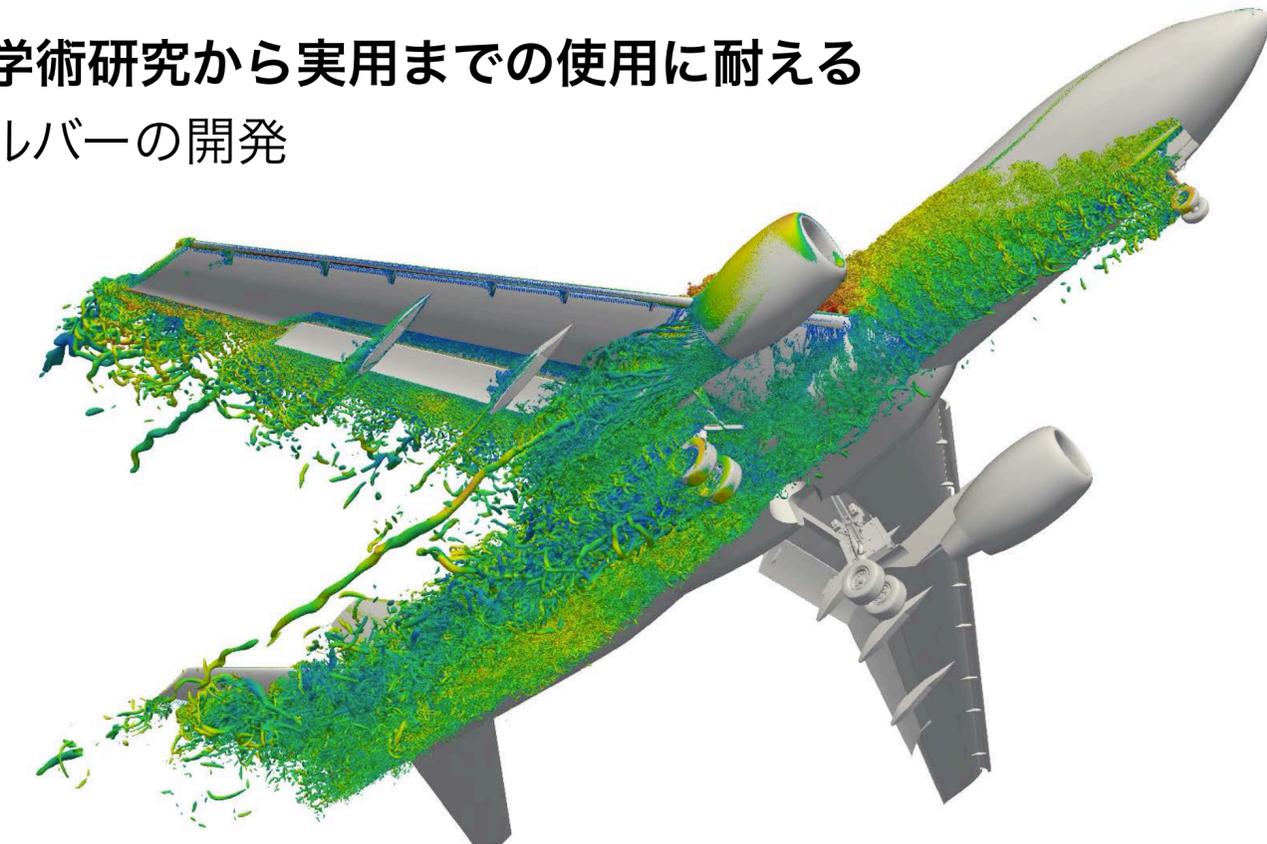


次世代の圧縮性流体ソルバーFFVHC-ACE

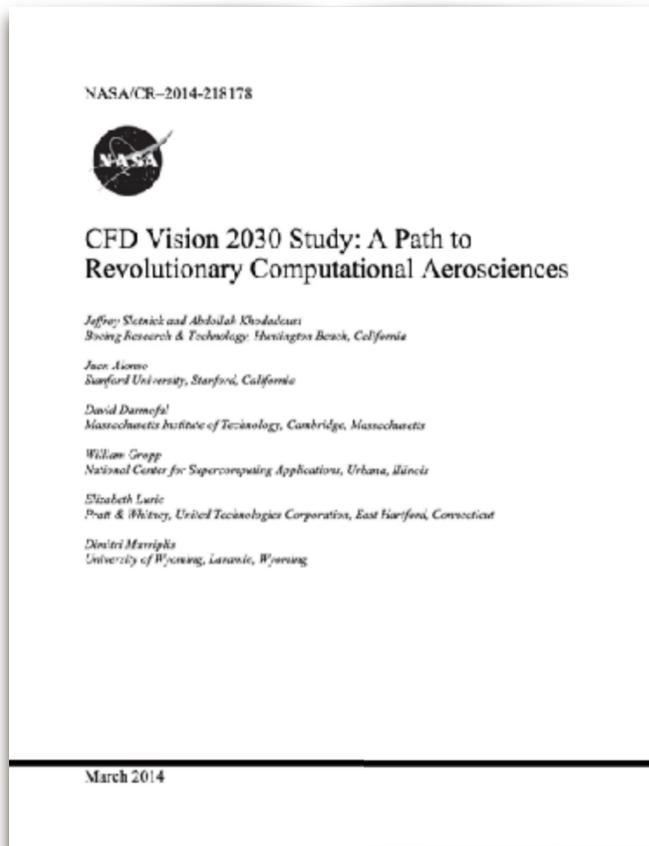


「富岳」航空機プロジェクト

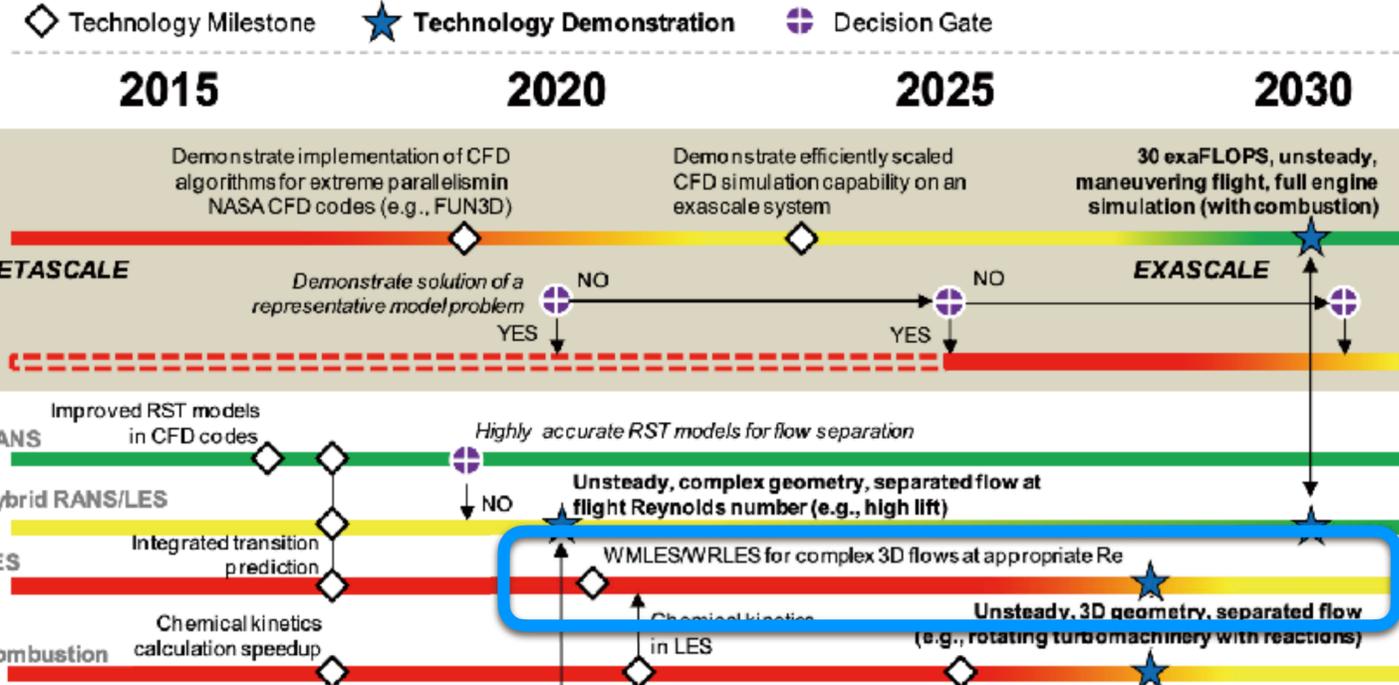
世界的にも類を見ない学術研究から実用までの使用に耐える高忠実な圧縮性流体ソルバーの開発



文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム



技術成熟度
レベル

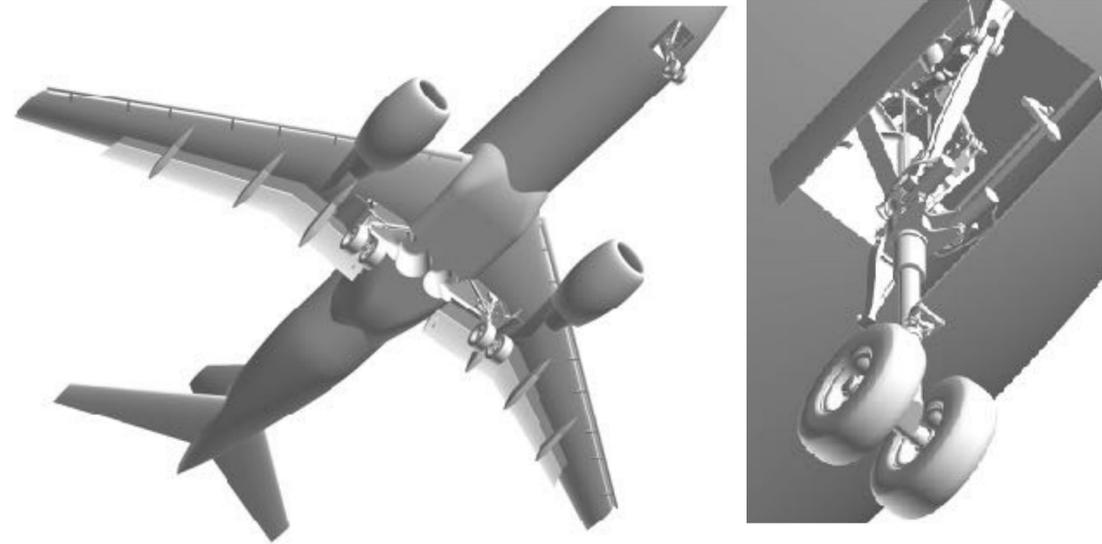


高忠実な圧縮性流体シミュレーションの難しさ

学術研究から**産業利用・実用までの使用に耐えうる**高忠実な圧縮性流体シミュレーション

- 往々にして複雑形状を取り扱う必要がある

- 計算時間よりも格子生成に時間がかかる
- そもそも格子生成が不可能



- 計算安定化のための数値散逸（散逸エラー）が高忠実な圧縮性流体シミュレーションを大きく妨げている

- 圧縮性流体は安定に計算するのに**数値散逸（散逸エラー）**が不可欠
- 特に複雑形状解析では従来の風上法による**多大な数値拡散が導入**

- 往々にして高レイノルズ数流れを取り扱う必要がある

- 航空機の実飛行レイノルズ数 $Re_L \gtrsim 10^7$
- 通常のLESは向こう数十年のスパコンの進歩を考慮しても不可能

レイノルズ数

$$Re_L = \frac{\rho U L}{\mu}$$

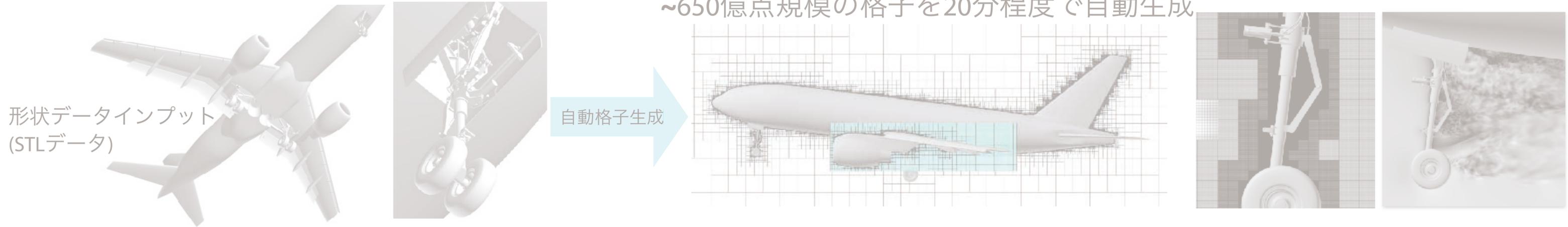


FFVHC-ACE: 次世代の圧縮性流体解析アプリ

形状データ入力のみでシームレスで完全自動，安定・高忠実で高速な解析を実現

- 完全自動格子生成を可能とする「階層型直交格子法」

~650億点規模の格子を20分程度で自動生成



- 今までになく **忠実かつ数値散逸の導入なしに安定に** 圧縮性流体解析を可能とする「KEEPスキーム」

Kinetic energy & entropy preserving (KEEP) scheme

Kuya, Totani, & Kawai (J. Compt. Phys. 2018)

Kuya & Kawai (Comput. Fluids, 2020)

Tamaki, Kuya, & Kawai (J. Compt. Phys. 2022)

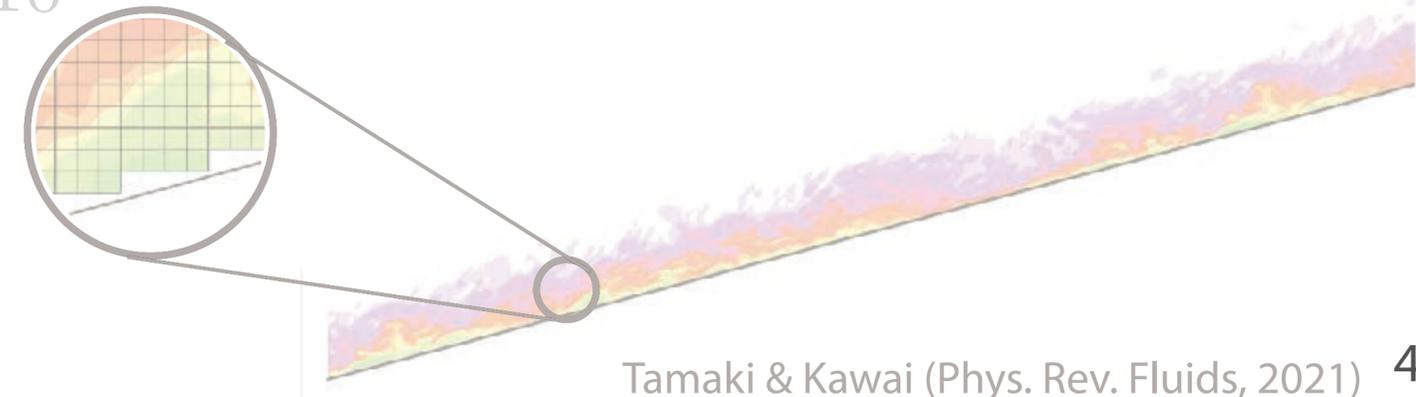
- 高レイノルズ数LES解析を可能とする「壁面モデルLES」 $Re_c \sim 10^7$

10,000倍以上の高速化を実現し，高レイノルズ数流れの準直接解析を実現

NASA CFD Vision 2030で7つの主要技術の1つに挙げられる

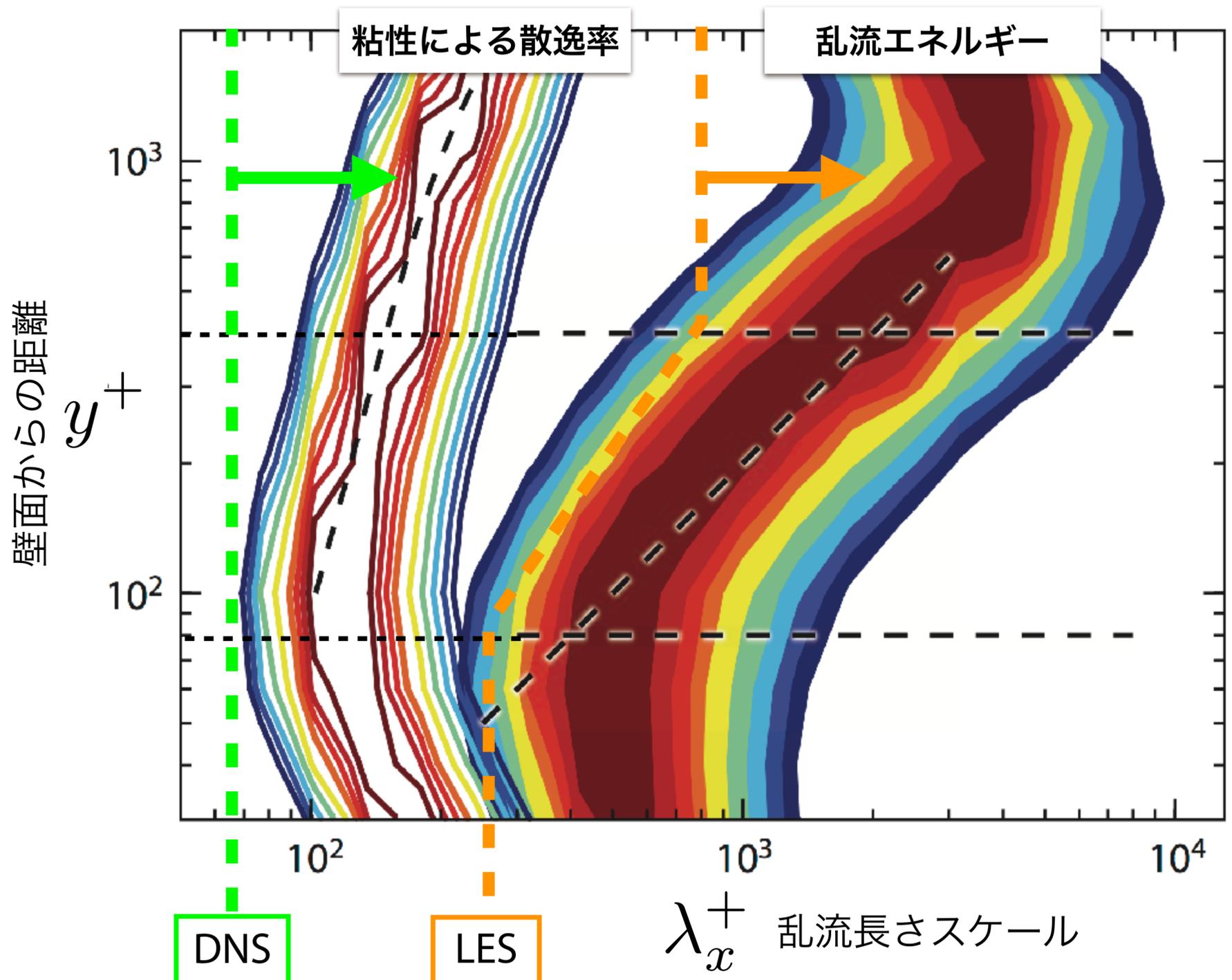
Kawai & Larsson (Phys. Fluids 2012)

物体非適合「直交格子」にも展開



乱流現象の忠実なシミュレーション

乱流境界層のスペクトル密度と乱流長さスケール



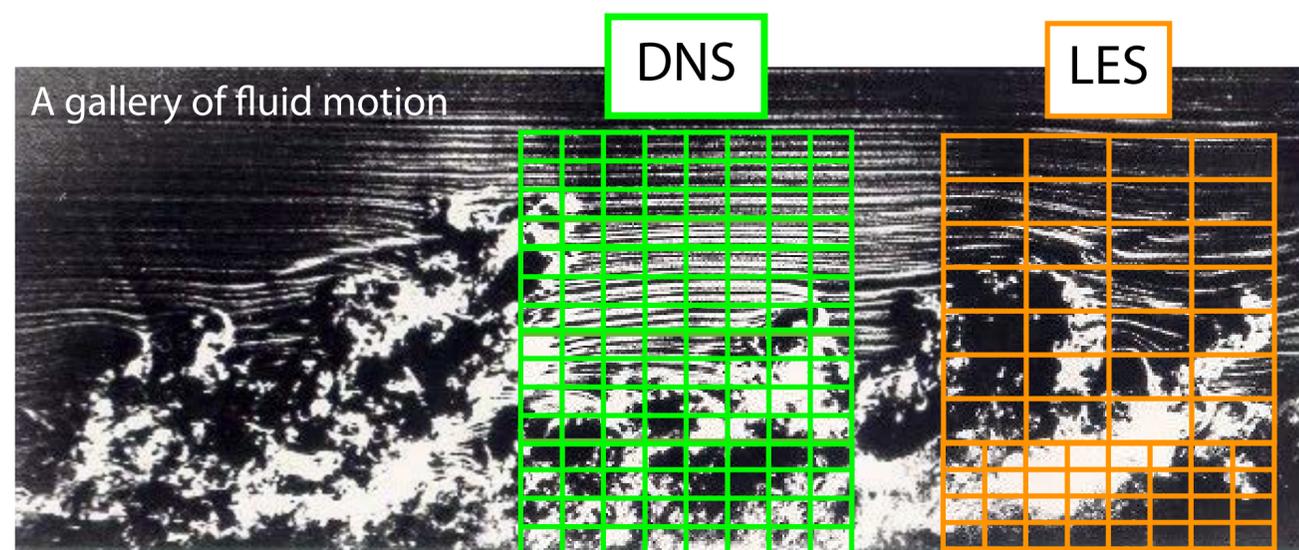
忠実なシミュレーション

= エネルギー保有渦は“正確に”解像する必要がある

➡ “正確な”数値計算法が何より重要

乱流現象... (非粘性の) エネルギーカスケード...
 ... (非粘性の) **運動エネルギー保存**
エントロピー保存
 (重要な特性)

➡ 数値散逸 (散逸誤差) が少ない
 (理想的にはゼロ) が常に重要



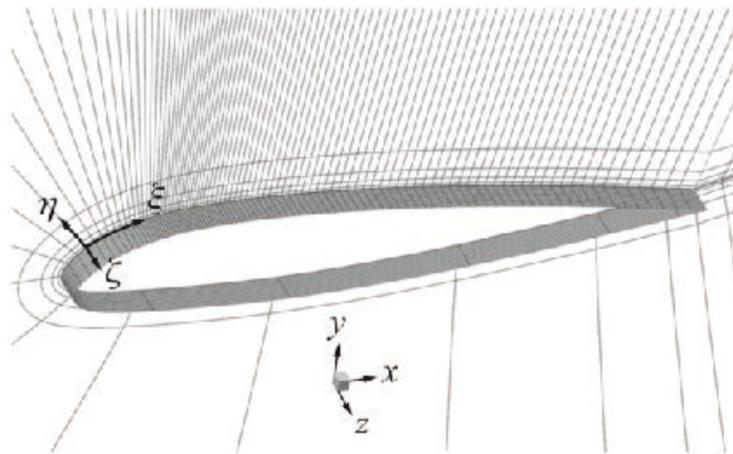
Jimenez (Annu. Rev. Fluid Mech. 2012)

忠実な数値シミュレーションの課題

既知なこと： ➡ 数値散逸が少ない(理想的にはゼロ)の数値計算法が何より重要

ボトルネック: (ほぼ) 全ての流体シミュレーションでは計算の安定化のために数値散逸(散逸エラー)が必要

単純形状 (構造格子)を扱う主に 学術研究コード



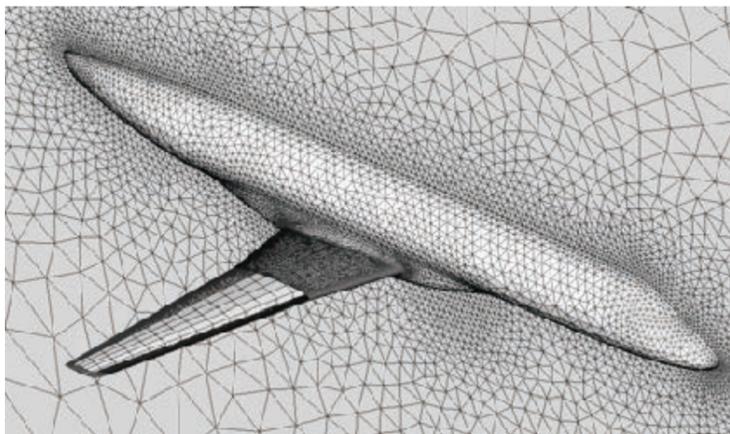
- 高次精度中心系スキーム (数値拡散ゼロ)

$$\alpha \frac{\partial f_{i-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial f_i}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial f_{i+1}}{\partial \xi} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta\xi} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta\xi}$$

- 高次の数値拡散を付加

$$\alpha_f \check{f}_{i-1} + \check{f}_i + \alpha_f \check{f}_{i+1} = \sum_{n=0}^N \frac{a_n}{2} (f_{i+n} + f_{i-n})$$

主に 応用・実用・商用コード (非構造格子であれば学術研究コードでも)



- 風上系の離散化 (中心系の離散化 + (多大な) 数値散逸)

学術・応用を問わず流体シミュレーションは数値散逸に依存している

➡ この根本的な課題の克服が重要

圧縮性流体現象とは？

3つの保存則からなるシステム

質量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0$$

$$\text{ここで } k = \frac{1}{2} u_i^2$$

運動量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$$

エネルギー保存則

$$\bullet \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = 0$$

$$E = \rho k + \rho e$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho e u_j}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$$

内部エネルギー方程式

エントロピー保存則

(2次的物理量)

$$\bullet \frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho s u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{T} \left[\left(sT - e - \frac{p}{\rho} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho e u_j}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right]$$

Gibbsの式より

$$T ds = de - \frac{p}{\rho^2} d\rho$$

運動エネルギー方程式

(2次的物理量)

$$\bullet \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0$$

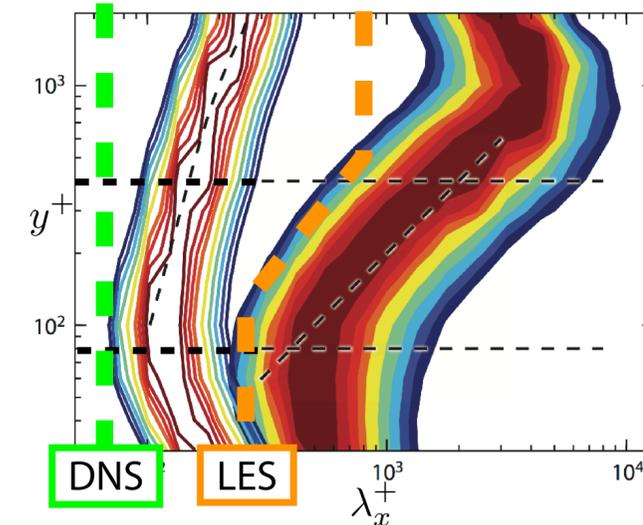
$$\left(\because \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = -k \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} \right)$$

通常の計算スキーム

$$\frac{\Delta \rho k u_j}{\Delta x_j} \neq -k \frac{\Delta \rho u_j}{\Delta x_j} + u_i \frac{\Delta \rho u_i u_j}{\Delta x_j}$$

$$\frac{\Delta u_j p}{\Delta x_j} \neq u_j \frac{\Delta p}{\Delta x_j} + p \frac{\Delta u_j}{\Delta x_j}$$

$$\left(\because \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right)$$



エネルギー交換が
アクティブに起こる

物理現象に“忠実な”数値計算法：KEEPスキーム

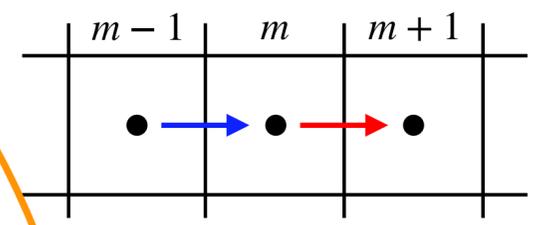
支配方程式の離散化を工夫して2次的な物理量（運動エネルギー・エントロピー）を満たす計算手法

Kinetic energy & entropy preserving (KEEP) scheme

Kuya, Totani, & Kawai (J. Compt. Phys. 2018)

キーは支配方程式の解析的関係性を離散的にも満たす離散化を見つけること

- $\frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = -k \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j}$
- $\frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$



$$\frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} \simeq \frac{\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{C}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$\frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} \simeq \frac{\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{M}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$\frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} \simeq \frac{\tilde{K}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{K}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \equiv \frac{\rho \Big|_{(m+1)} + \rho \Big|_{(m)}}{2} \frac{u_j \Big|_{(m+1)} + u_j \Big|_{(m)}}{2} \xrightarrow{\times (-k)} \tilde{K}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m+1)} u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \equiv \tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m+1)} + u_i \Big|_{(m)}}{2} \xrightarrow{\times u_i}$$

通常の計算スキーム $\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \equiv \frac{(\rho u_j) \Big|_{(m+1)} + (\rho u_j) \Big|_{(m)}}{2}$ $\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \equiv \frac{(\rho u_i u_j) \Big|_{(m+1)} + (\rho u_i u_j) \Big|_{(m)}}{2}$

3つの保存則からなるシステム

質量保存則 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0$ ここで $k = \frac{1}{2} u_i^2$

運動量保存則 $\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$ $\times (-k)$

エネルギー保存則 $\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = 0$ $\times u_i$

$E = \rho k + \rho e$

運動エネルギー方程式 (2次的物理量) $\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0$ $(\because \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = -k \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j})$

内部エネルギー方程式 $\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho e u_j}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$ $(\because \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j})$

エントロピー保存則 (2次的物理量) $\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho s u_j}{\partial x_j} = 0$

Gibbsの式より $T ds = de - \frac{p}{\rho^2} d\rho$

通常の計算スキーム $\frac{\Delta \rho k u_j}{\Delta x_j} \neq -k \frac{\Delta \rho u_j}{\Delta x_j} + u_i \frac{\Delta \rho u_i u_j}{\Delta x_j}$

エネルギー交換がアクティブに起こる

物理現象に“忠実な”数値計算法：KEEPスキーム

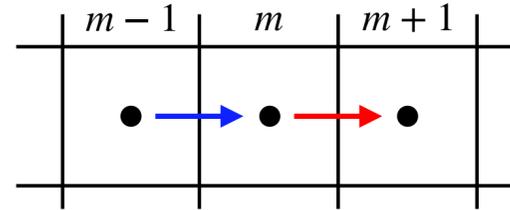
支配方程式の離散化を工夫して2次的な物理量（運動エネルギー・エントロピー）を満たす計算手法

Kinetic energy & entropy preserving (KEEP) scheme

Kuya, Totani, & Kawai (J. Compt. Phys. 2018)

キーは支配方程式の解析的関係性を離散的にも満たす離散化を見つけること

- $\frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = -k \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j}$
- $\frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$



$$\frac{\partial u_j p}{\partial x_j} \simeq \frac{\tilde{P}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{P}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \simeq u_j \Big|_{(m)} \frac{p \Big|_{(m+1)} - p \Big|_{(m-1)}}{2\Delta x_j}$$

$$p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \simeq p \Big|_{(m)} \frac{u_j \Big|_{(m+1)} - u_j \Big|_{(m-1)}}{2\Delta x_j}$$

$$\tilde{P}_j \Big|_{(m\pm\frac{1}{2})} = \frac{u_j \Big|_{(m\pm 1)} p \Big|_{(m)} + u_j \Big|_{(m)} p \Big|_{(m\pm 1)}}{2}$$

通常の計算スキーム

$$\tilde{P}_j \Big|_{(m\pm\frac{1}{2})} = \frac{(u_j p) \Big|_{(m\pm 1)} + (u_j p) \Big|_{(m)}}{2}$$

3つの保存則からなるシステム

質量保存則 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0$

運動量保存則 $\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$

エネルギー保存則 $\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = 0$

ここで $k = \frac{1}{2} u_i^2$

運動エネルギー方程式 (2次的物理量) $\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0$

内部エネルギー方程式 $\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho e u_j}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$

エントロピー保存則 (2次的物理量) $\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho s u_j}{\partial x_j} = 0$

Gibbsの式より $T ds = de - \frac{p}{\rho^2} d\rho$

通常の計算スキーム

エネルギー交換がアクティブに起こる

KEEPスキームのまとめ

支配方程式の離散化を工夫して**2次的な物理量 (運動エネルギー・エントロピー)** を満たす計算手法

運動エネルギー方程式

(2次的物理量)

質量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0$$

積の微分法則を離散的にも満たす

$$\left(\because \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = -k \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} \right) \longrightarrow$$

$$\bullet \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{C}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

KEEP scheme

$$\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \frac{\rho \Big|_{(m\pm 1)} + \rho \Big|_{(m)}}{2} \frac{u_j \Big|_{(m\pm 1)} + u_j \Big|_{(m)}}{2}$$

運動量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{M}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

KEEP scheme

$$\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \frac{u_j \Big|_{(m\pm 1)} + u_j \Big|_{(m)}}{2}$$

$\times (-k)$

$\times u_i$

エネルギー保存則

$$\bullet \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = 0$$

$$E = \rho k + \rho e$$

$$\frac{\tilde{K}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{K}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

KEEP scheme

$$\tilde{K}_j \Big|_{(m\pm \frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m\pm \frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m\pm 1)} u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho e u_j}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$$

運動エネルギー方程式

内部エネルギー方程式

KEEPスキームのまとめ

支配方程式の離散化を工夫して**2次的な物理量** (運動エネルギー・エントロピー) を満たす計算手法

質量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0$$

$\times (-k)$

運動エネルギー方程式

(2次的物理量)

$$\bullet \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0$$

運動量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$$

$\times u_i$

運動エネルギーと内部エネルギーの交換
(積の微分法則)

$$\left(\because \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right)$$

エネルギー保存則

$$\bullet \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = 0$$

$E = \rho k + \rho e$

$$\frac{\tilde{P}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{P}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

KEEP scheme

$$\tilde{P}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \frac{u_j \Big|_{(m+1)} p \Big|_{(m)} + u_j \Big|_{(m)} p \Big|_{(m+1)}}{2}$$

エントロピー保存則

(2次的物理量)

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho s u_j}{\partial x_j} = 0$$

KEEPスキームの数値流束

$$\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \frac{\rho \Big|_{(m\pm 1)} + \rho \Big|_{(m)}}{2} \frac{u_j \Big|_{(m\pm 1)} + u_j \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m+1)} + u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{K}_j \Big|_{(m\pm\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m\pm\frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m\pm 1)} u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

積の微分法則を離散的にも満たす → 正しいエネルギー交換

運動エネルギー方程式

内部エネルギー方程式

KEEPスキームの数値流束

支配方程式の離散化を工夫して2次的な物理量（運動エネルギー・エントロピー）を満たす計算手法

Kinetic energy & entropy preserving (KEEP) scheme

Kuya, Totani, & Kawai (J. Compt. Phys. 2018)

質量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{C}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

運動量保存則

$$\bullet \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{M}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$\frac{p \Big|_{(m+1)} - p \Big|_{(m-1)}}{2\Delta x_j}$$

エネルギー保存則

$$\bullet \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \rho e_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j p}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\tilde{K}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{K}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$\frac{\tilde{I}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{I}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

$$\frac{\tilde{P}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} - \tilde{P}_j \Big|_{(m-\frac{1}{2})}}{\Delta x_j}$$

KEEPスキームの数値流束

$$\tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \frac{\rho \Big|_{(m+1)} + \rho \Big|_{(m)}}{2} \frac{u_i \Big|_{(m+1)} + u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{M}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m+1)} + u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{K}_j \Big|_{(m\pm\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m\pm\frac{1}{2})} \frac{u_i \Big|_{(m\pm 1)} u_i \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{I}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \tilde{C}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} \frac{e \Big|_{(m+1)} + e \Big|_{(m)}}{2}$$

$$\tilde{P}_j \Big|_{(m+\frac{1}{2})} = \frac{u_j \Big|_{(m+1)} p \Big|_{(m)} + u_j \Big|_{(m)} p \Big|_{(m+1)}}{2}$$

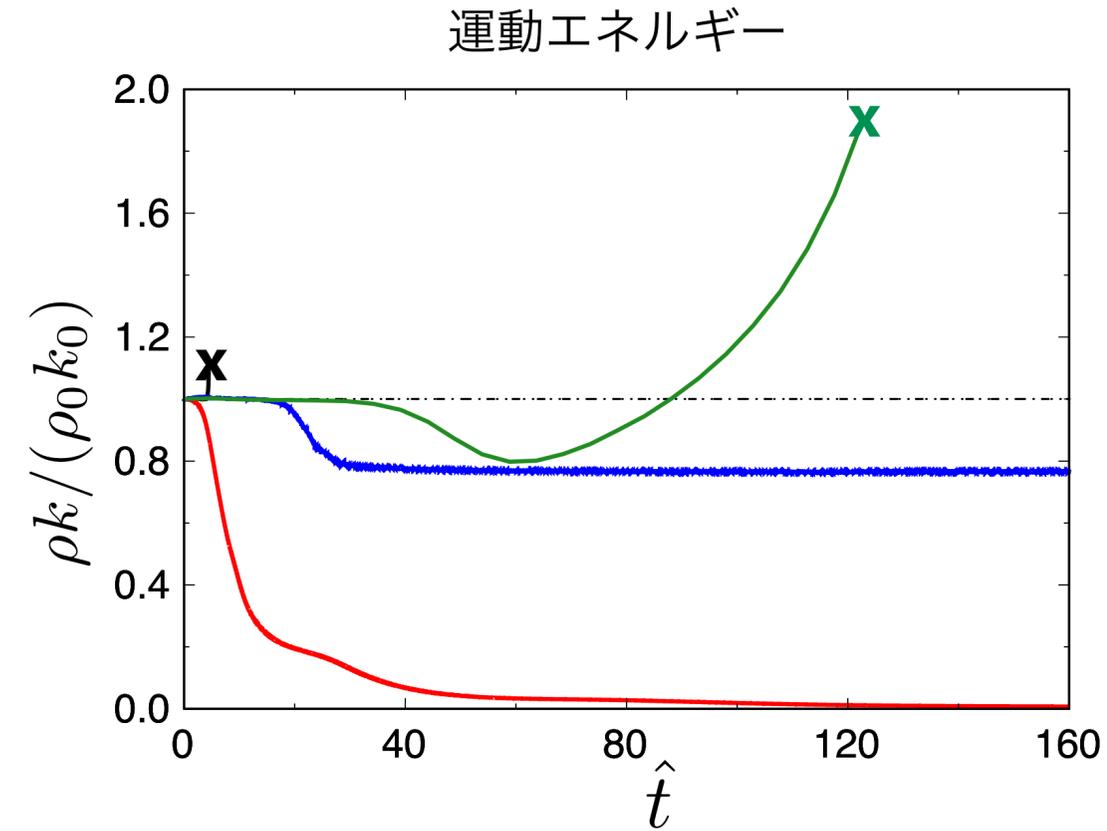
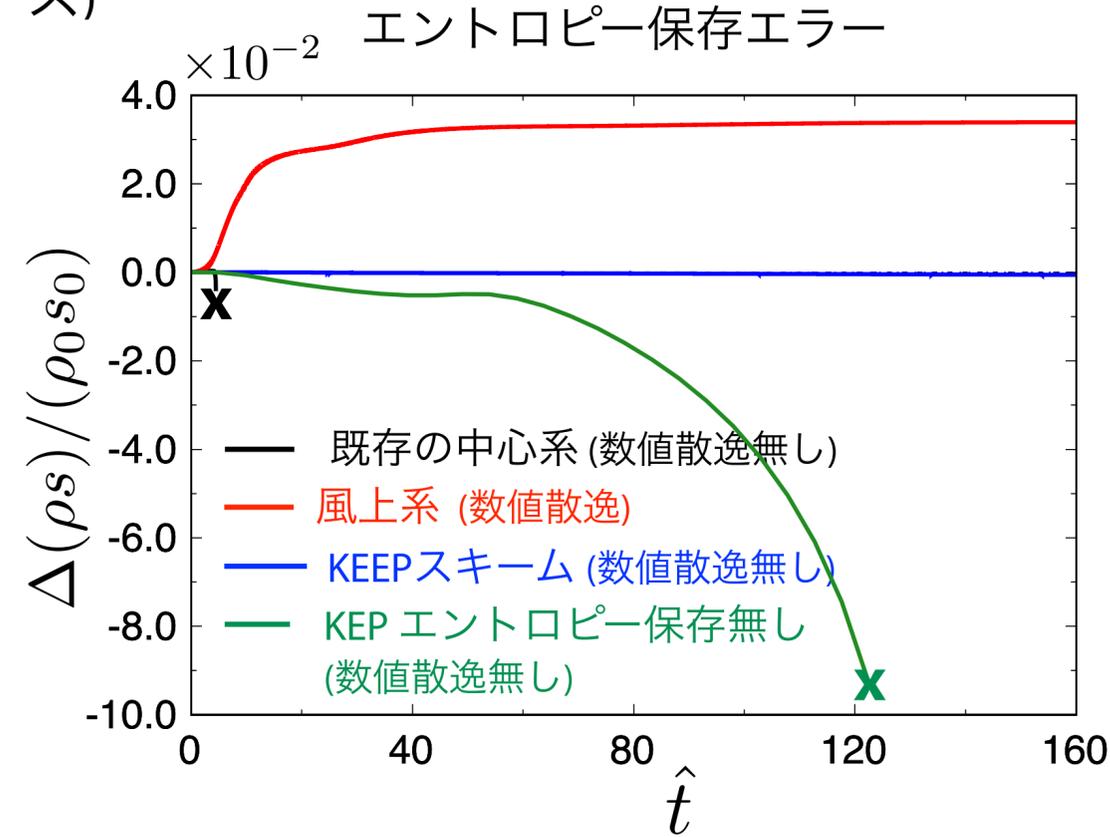
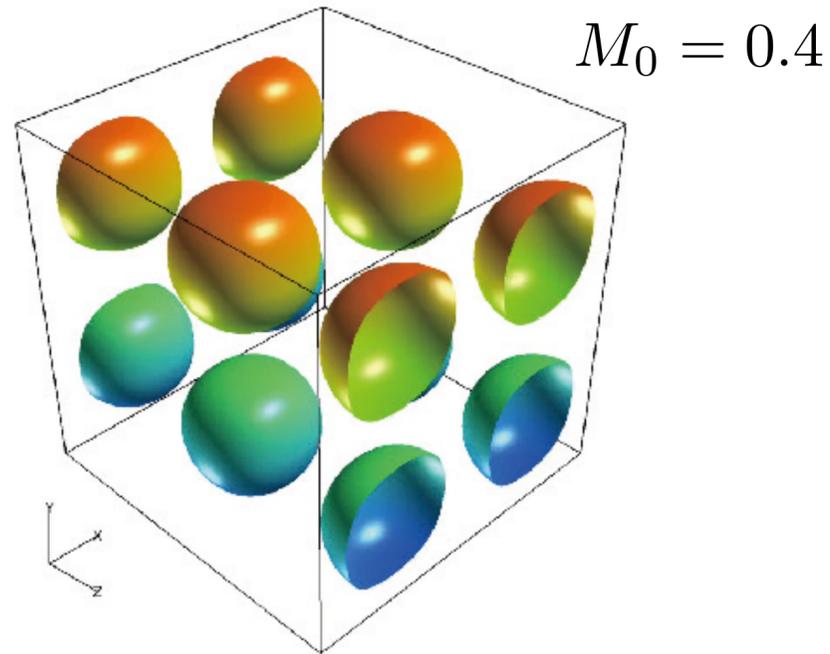
数値実験：KEEPスキーム

2次的な物理量（運動エネルギー・エントロピー）も**正確に**解けるようにする**インパクト**

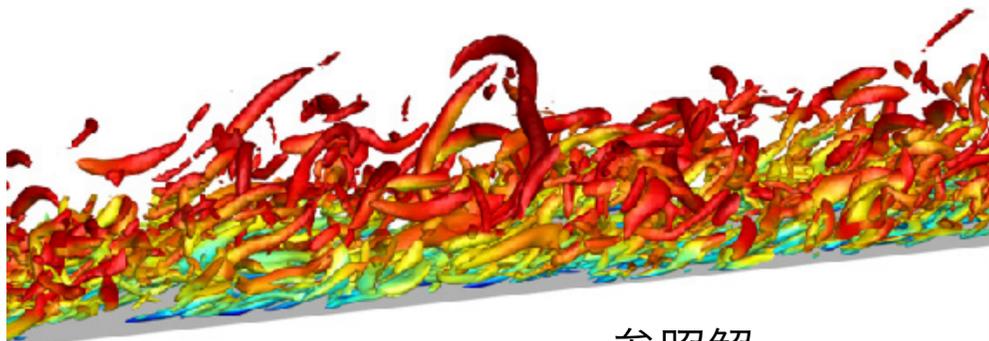
非粘性Taylor-Green vortex問題

(レイノルズ数無限大の計算が厳しいケース)

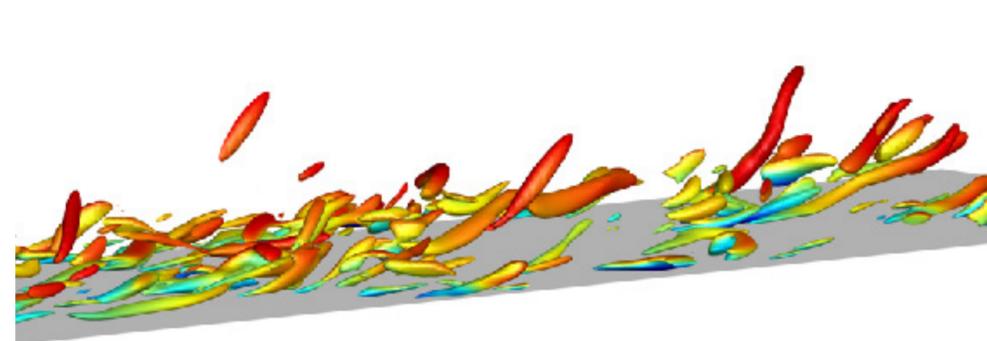
KEEPスキームは数値散逸の導入なしに圧倒的に安定かつ**正確な**計算を実現



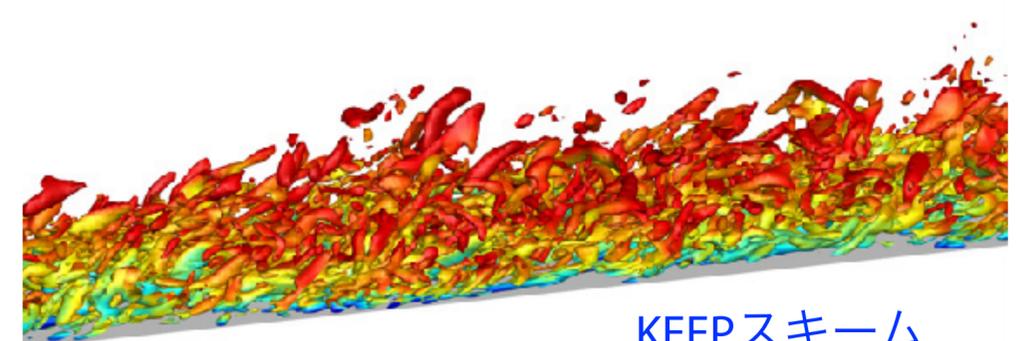
乱流境界層のシミュレーション



参照解



風上系の離散化



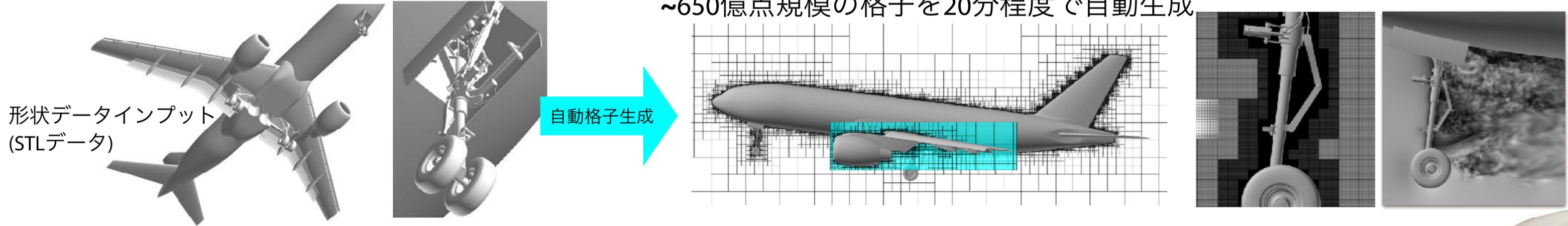
KEEPスキーム
(数値散逸ゼロ) 13

FFVHC-ACE: 次世代の圧縮性流体解析アプリ

形状データ入力のみでシームレスで完全自動、ロバスト・高忠実な解析を実現

- 完全自動格子生成を可能とする「**階層型直交格子法**」

~650億点規模の格子を20分程度で自動生成



- 今までになく忠実な流体解析を可能とする「**KEEPスキーム**」

Kinetic energy & entropy preserving (KEEP) scheme

Kuya, Totani, & Kawai (J. Compt. Phys. 2018)

Kuya & Kawai (Comput. Fluids, 2020)

Tamaki, Kuya, & Kawai (J. Compt. Phys. 2022)

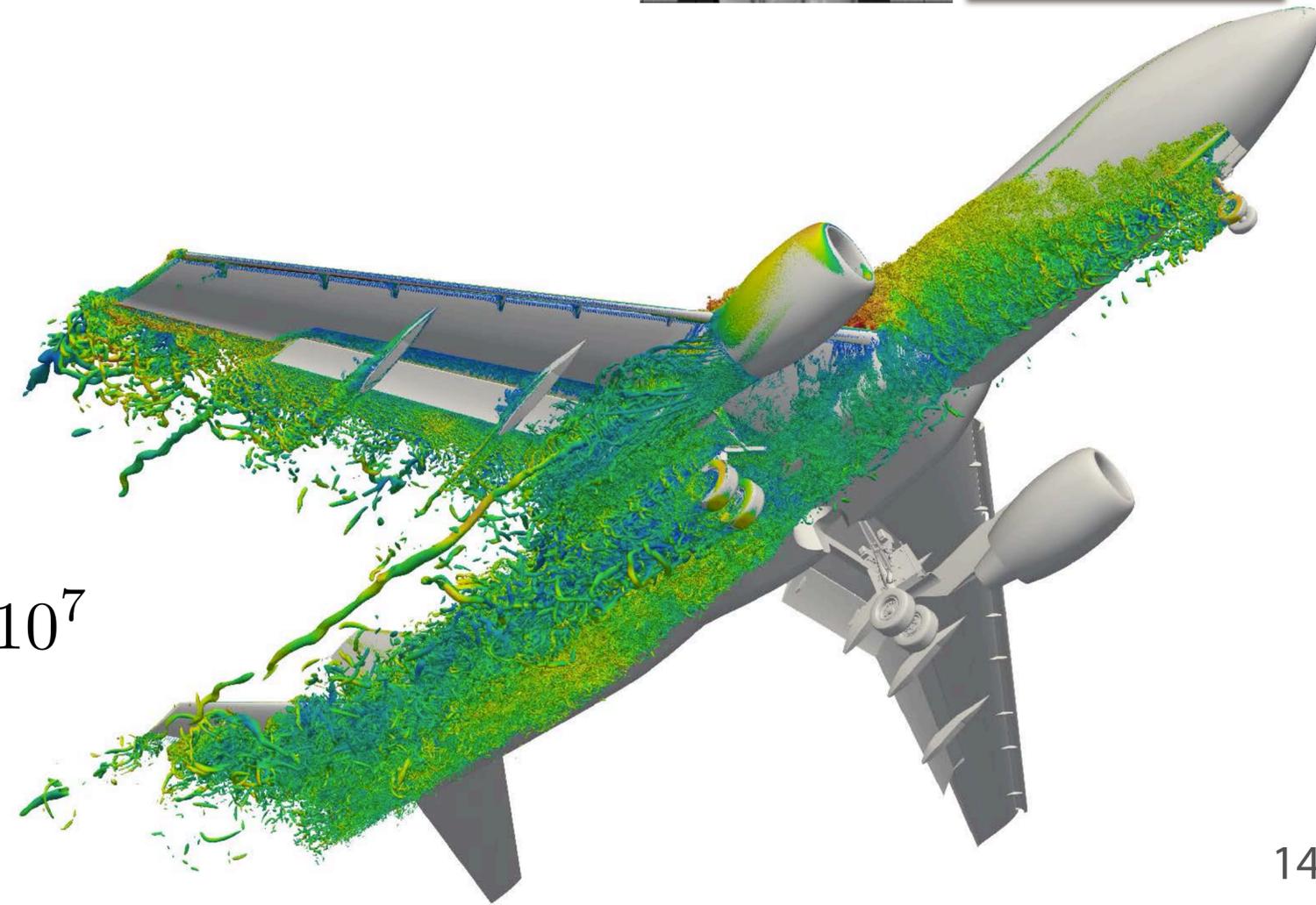
- 高レイノルズ数解析を可能とする「**壁面モデルLES**」 $Re_c \sim 10^7$

10,000倍以上の高速化を実現し、高レイノルズ数流れの準直接解析を実現

NASA CFD Vision 2030で7つの主要技術の1つに挙げられる

Kawai & Larsson (Phys. Fluids 2012)

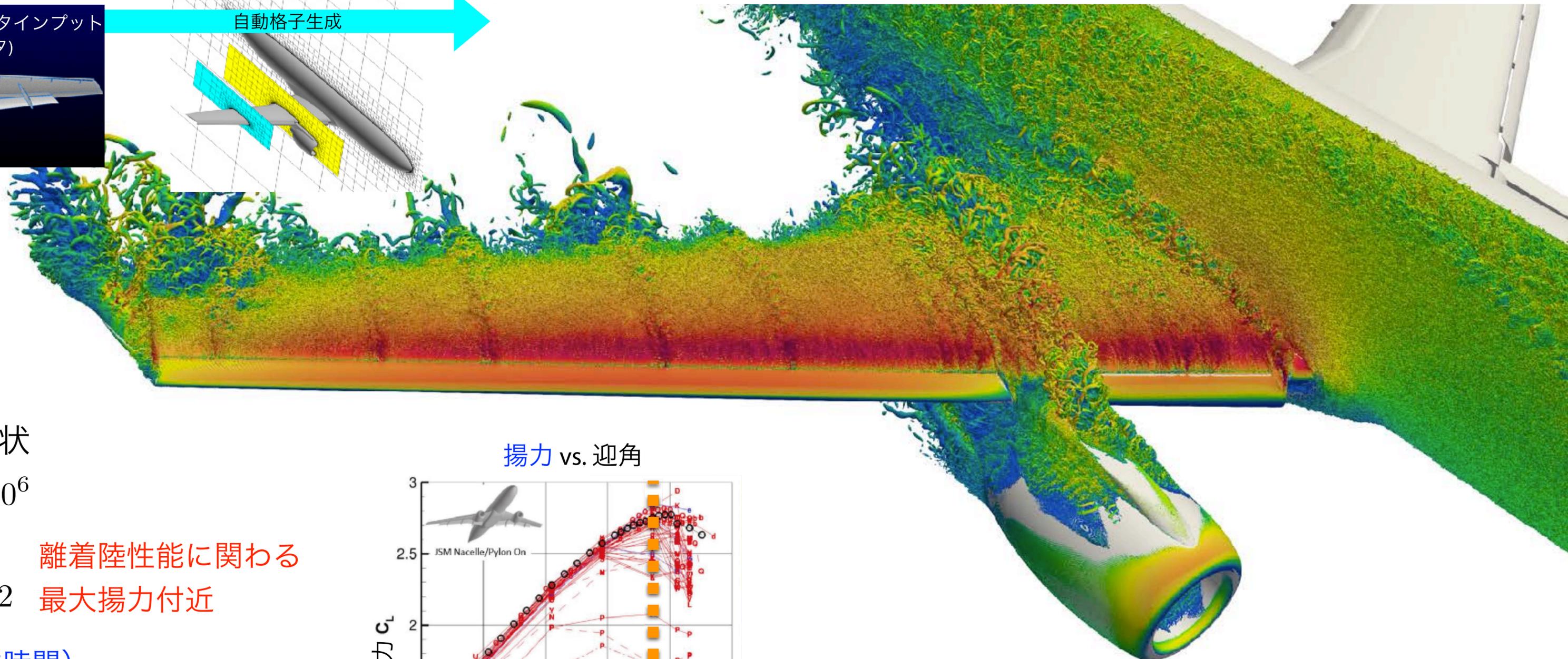
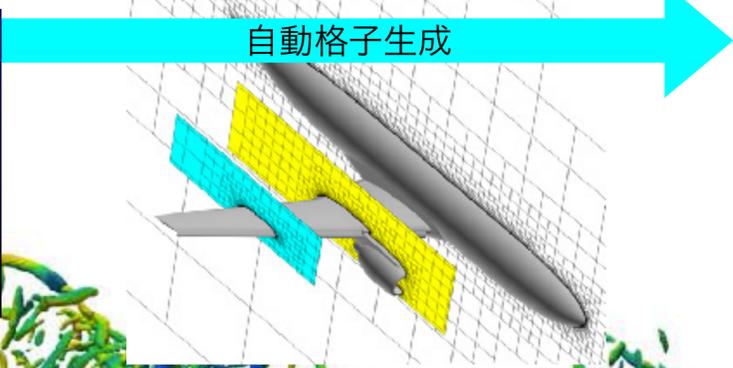
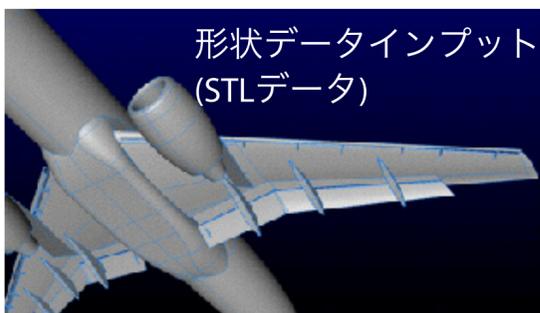
Tamaki & Kawai (Phys. Rev. Fluids, 2021)



FFVHC-ACEによる航空機全機周りのLES解析

Asada et al. (AIAA J., 2023)

FFVHC-ACE: 形状データ入力のみでシームレスで完全自動, 「ロバスト」・高速な解析を実現



JAXA JSM形状

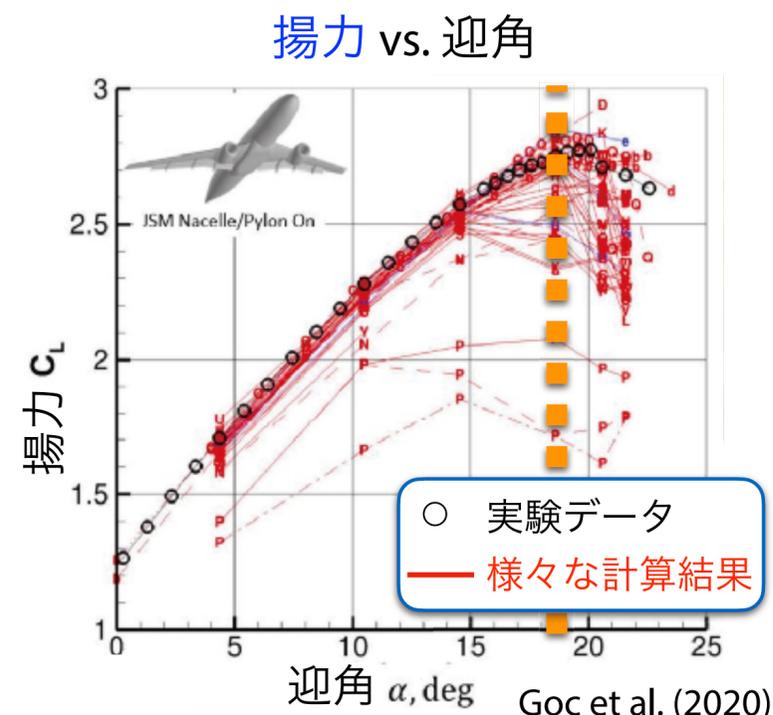
$$Re_c \approx 2 \times 10^6$$

$\alpha = 18.58$ 離着陸性能に関わる

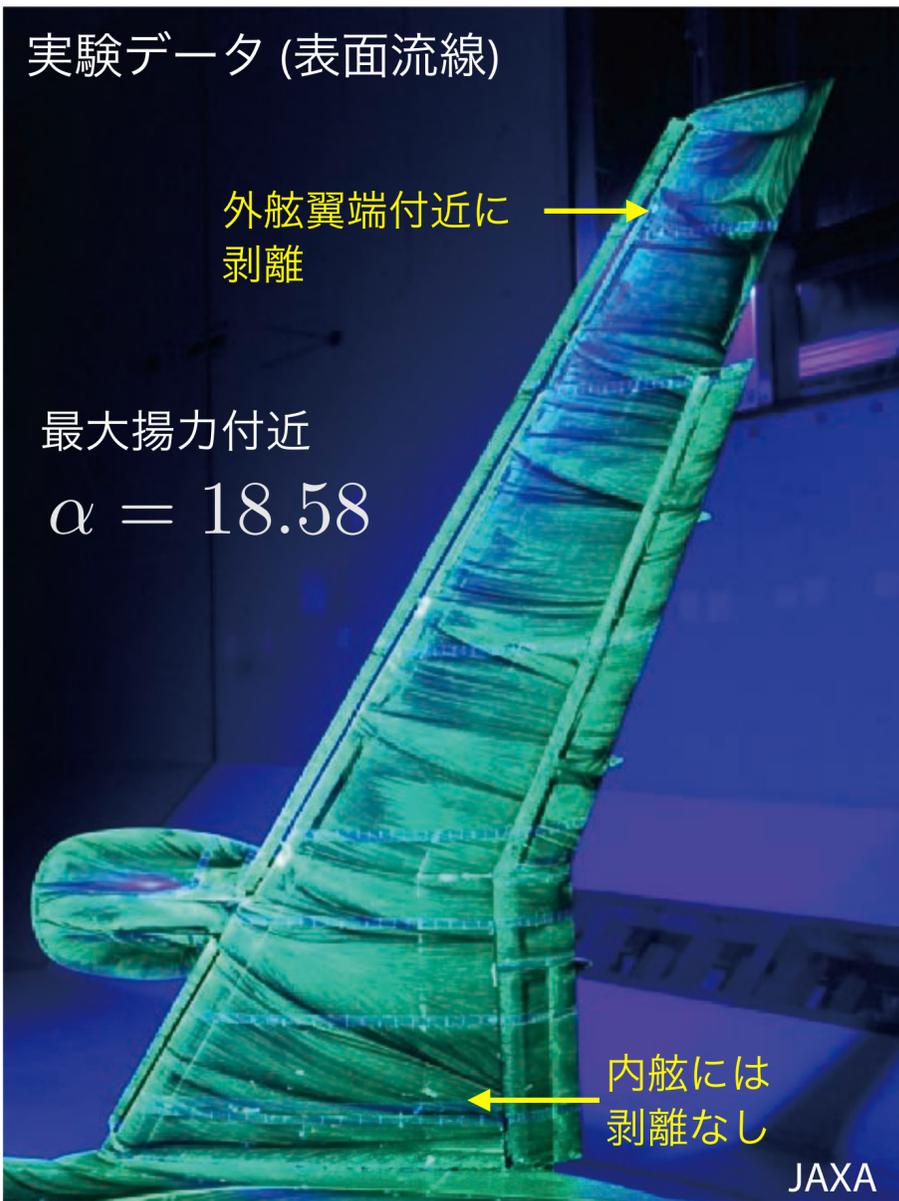
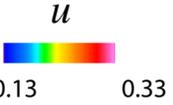
$M_\infty = 0.172$ 最大揚力付近

120億点 (35時間)

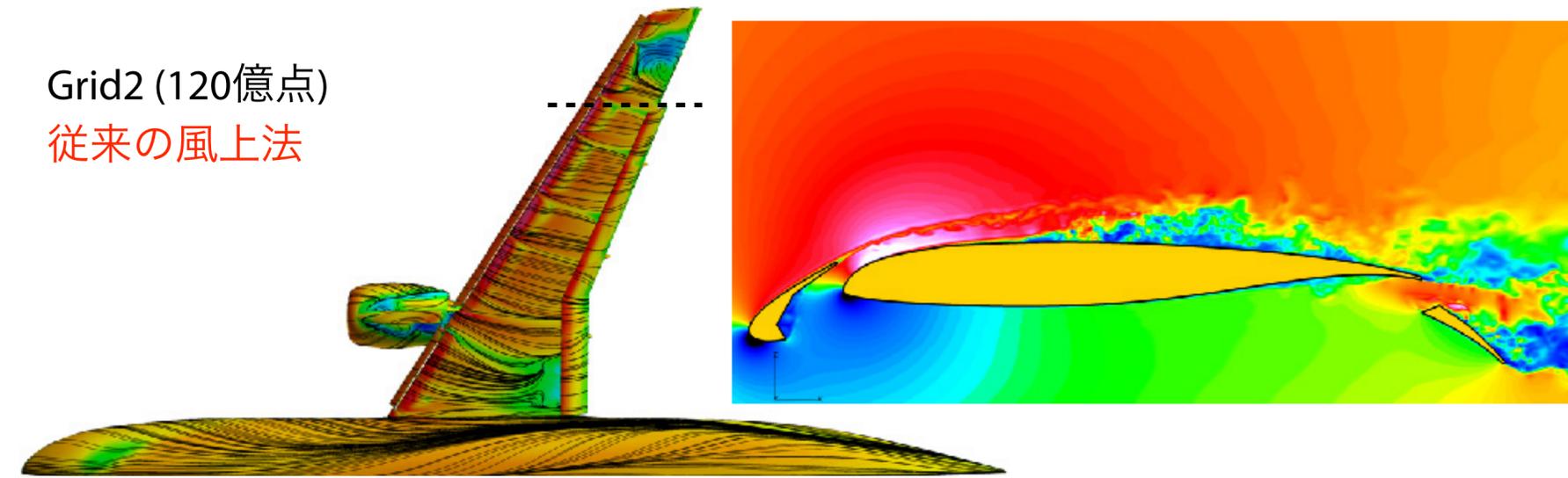
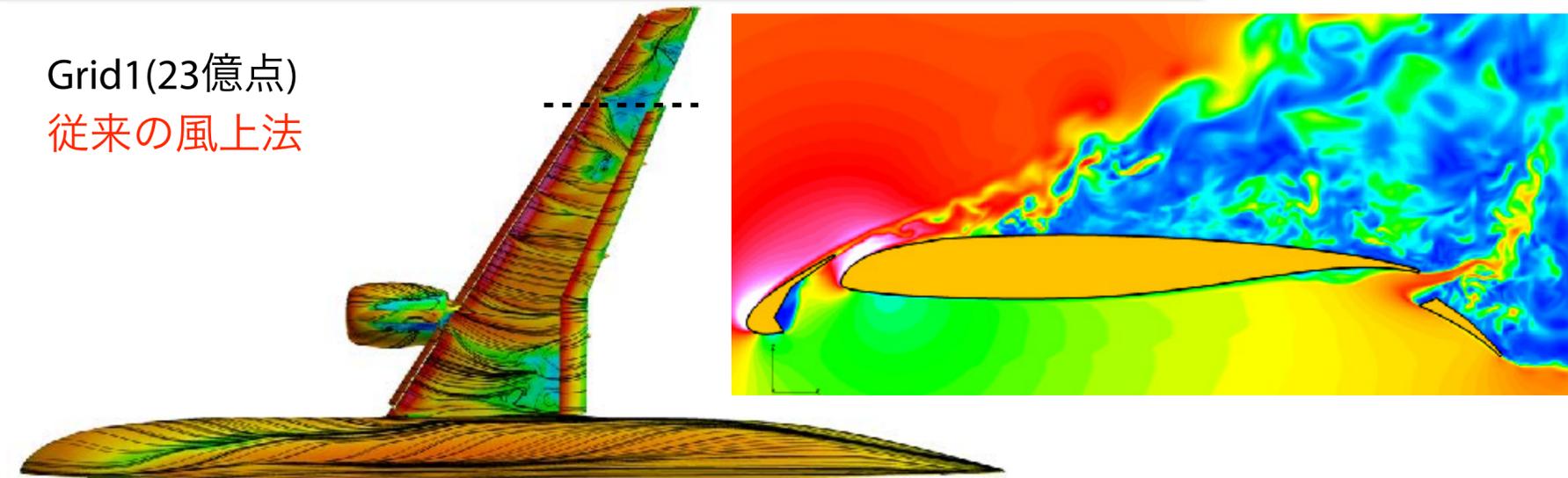
「富岳」 3,456ノード (全系2%)



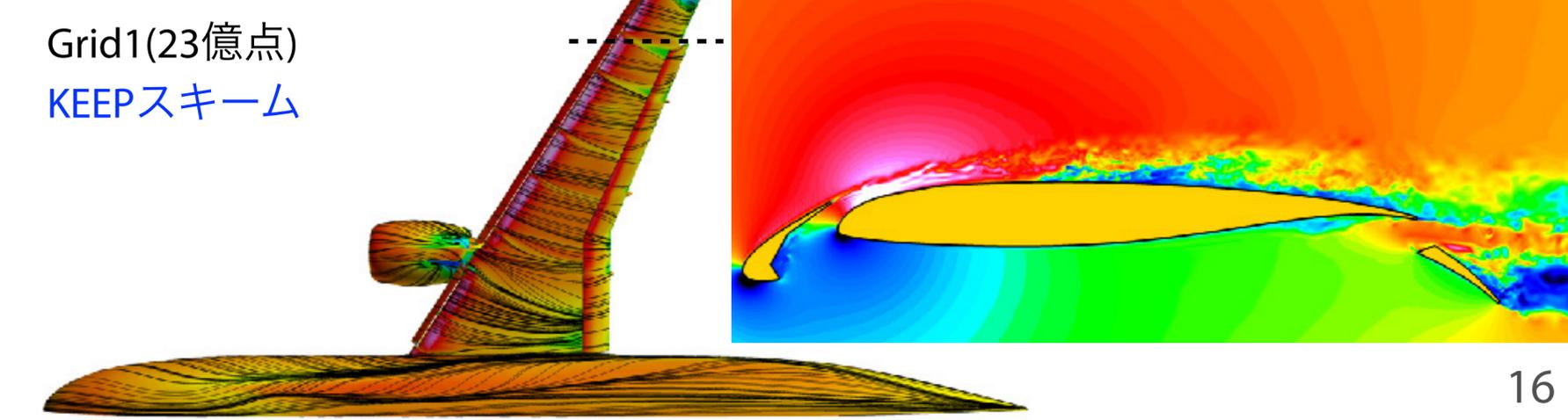
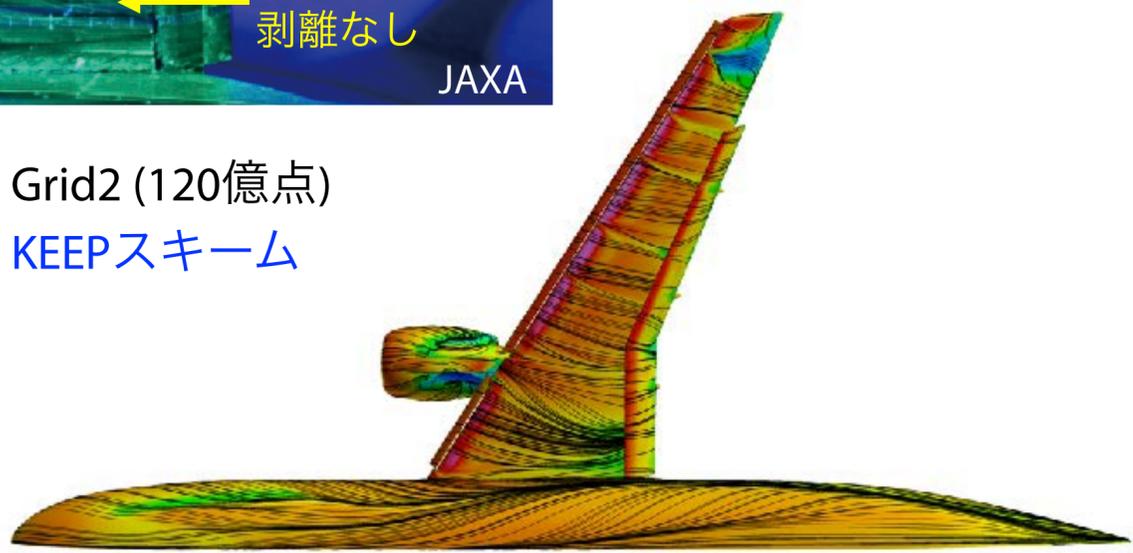
KEEPスキームの実解析でのインパクト



$$Re_c \approx 2 \times 10^6$$
$$M_\infty = 0.172$$



Grid2 (120億点)
KEEPスキーム

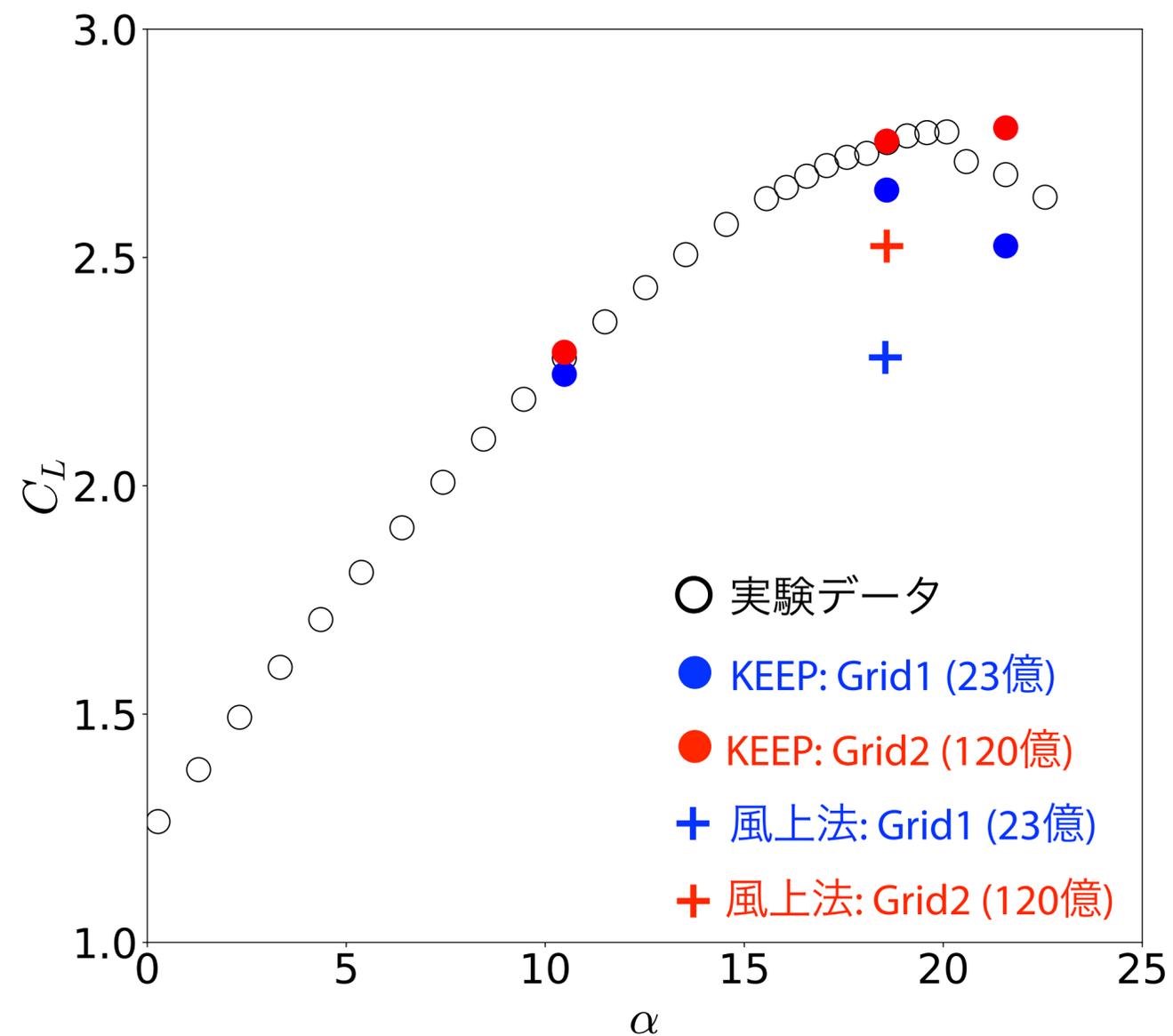


航空機全機形状の最大揚力予測

JAXA JSM形状

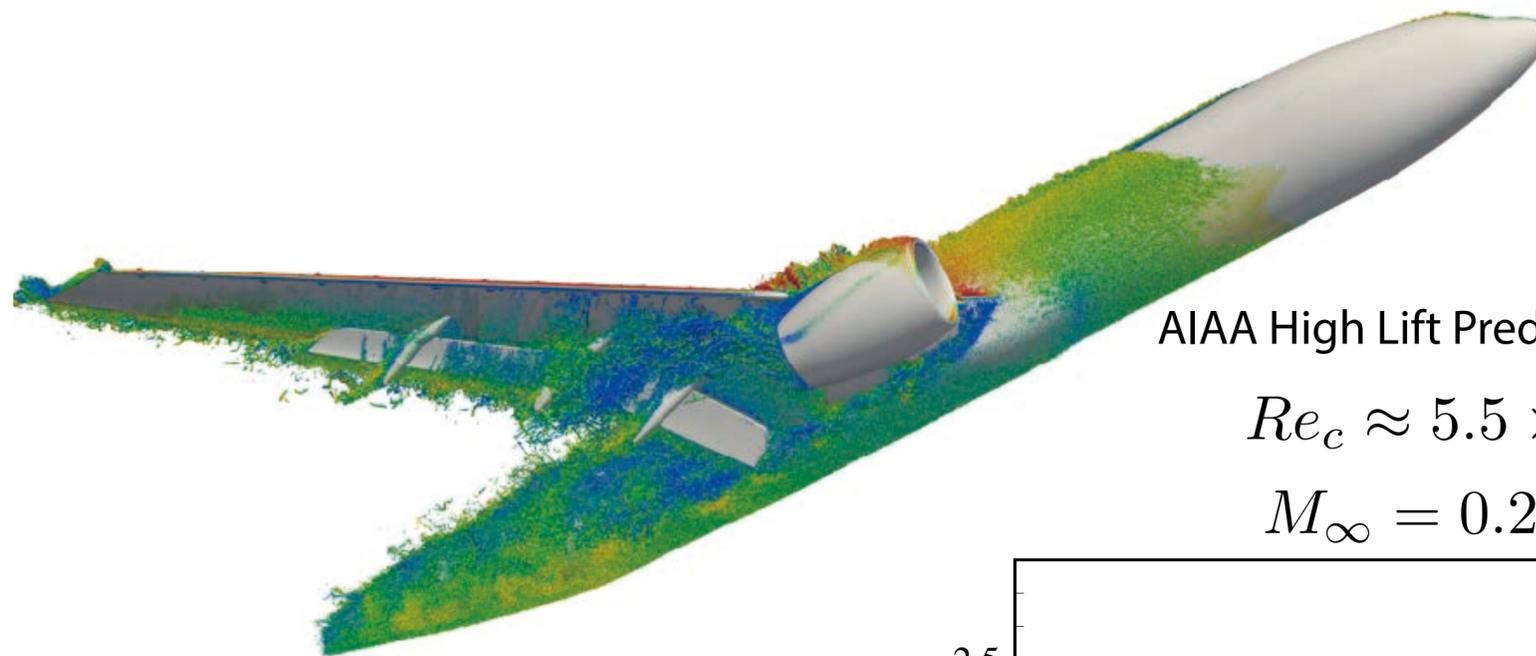
$$Re_c \approx 2 \times 10^6$$

$$M_\infty = 0.172$$



Asada et al. (AIAA J., 2023)

NASA CRM 高揚力形状 (一般的なB777形状を模擬)

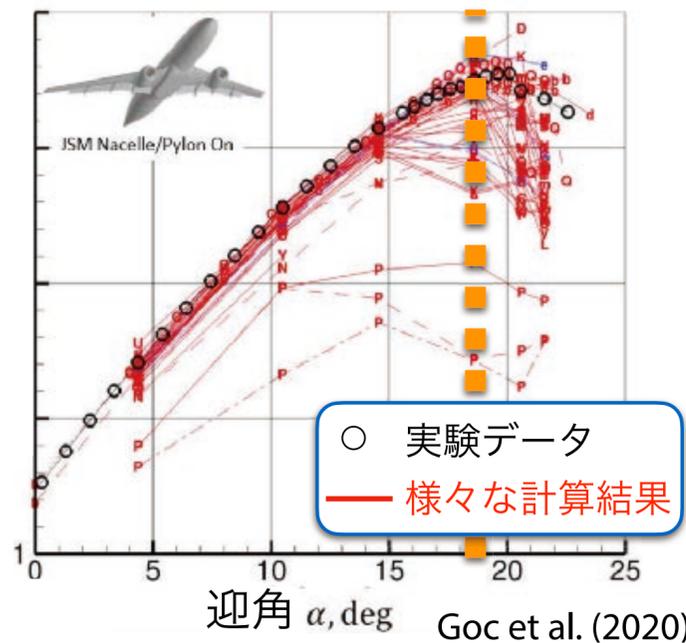


AIAA High Lift Prediction Workshop

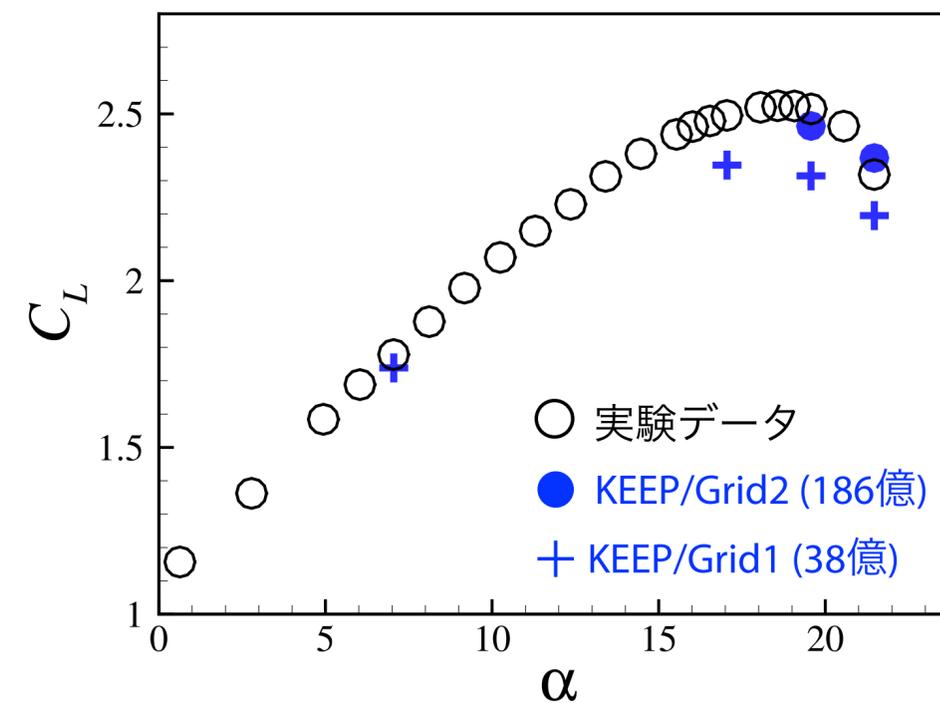
$$Re_c \approx 5.5 \times 10^6$$

$$M_\infty = 0.2$$

揚力 vs. 迎角



Goc et al. (2020)



Tamaki, Asada, Takaki & Kawai (AIAA, 2022)

産業界による航空機全機シミュレーション

三菱重工グループが我々が開発したコードを用いて、航空機実機フライト試験最大揚力の予測評価に成功

→ ユーザーを問わない高忠実な完全自動・高忠実シミュレーションが可能

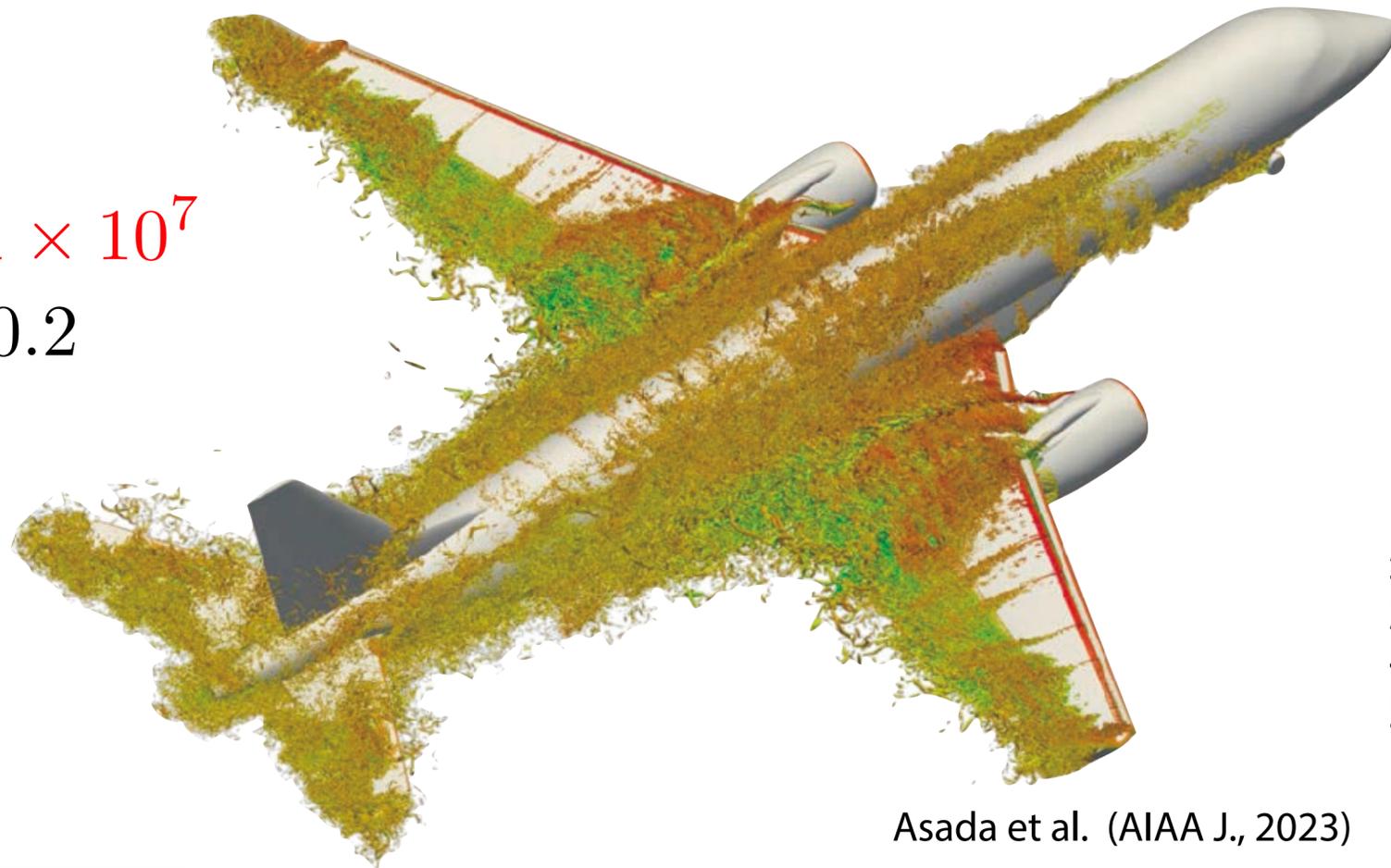


三菱重工グループ提供

SpaceJet実機フライトデータとの比較・検証

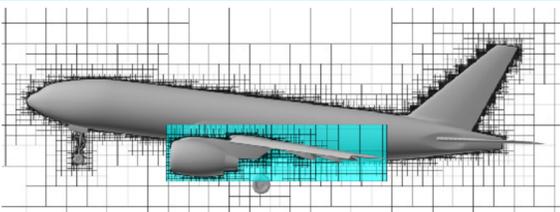
$$Re_c \approx 1 \times 10^7$$

$$M_\infty \approx 0.2$$



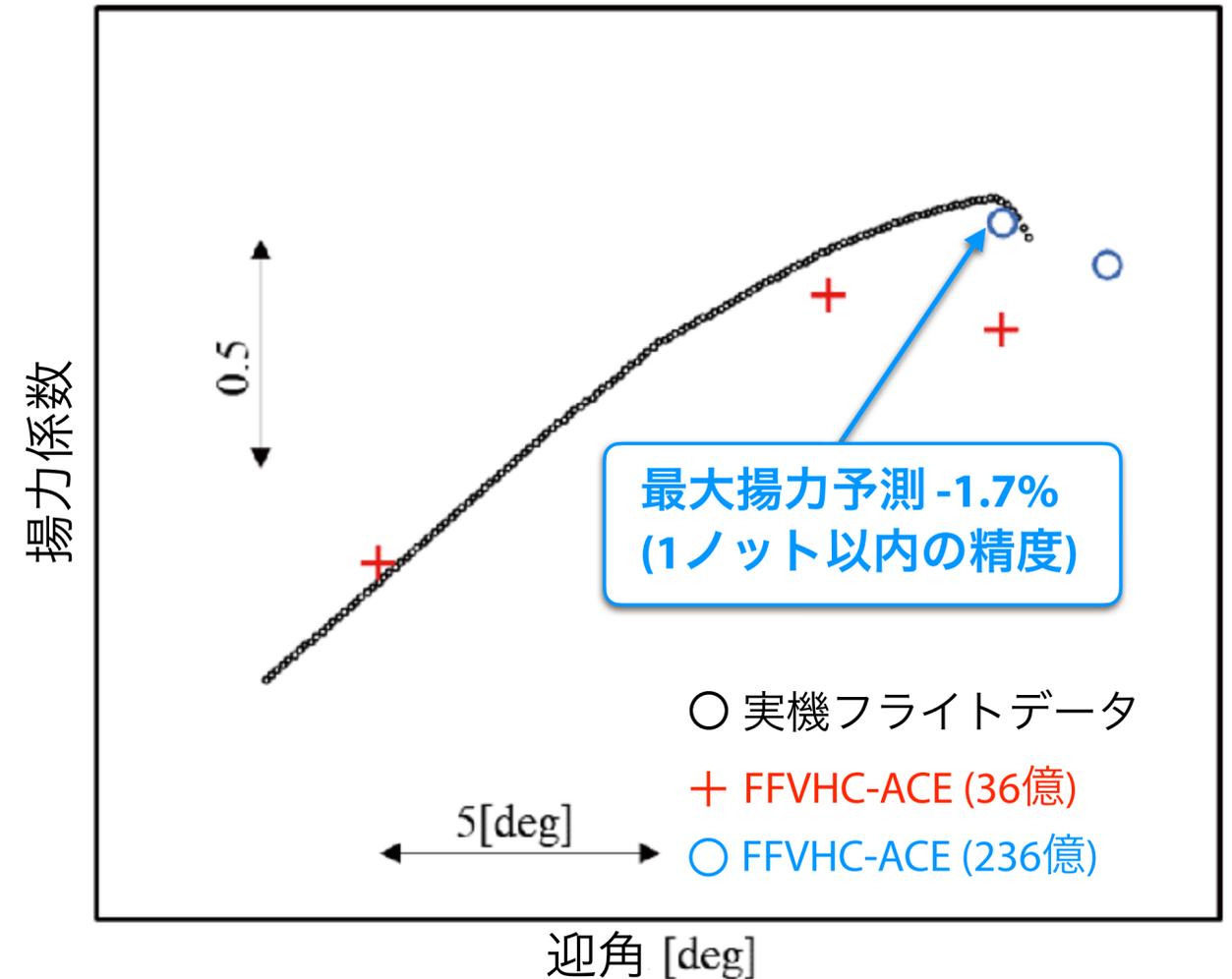
Asada et al. (AIAA J., 2023)

開発アプリFFVHC-ACE



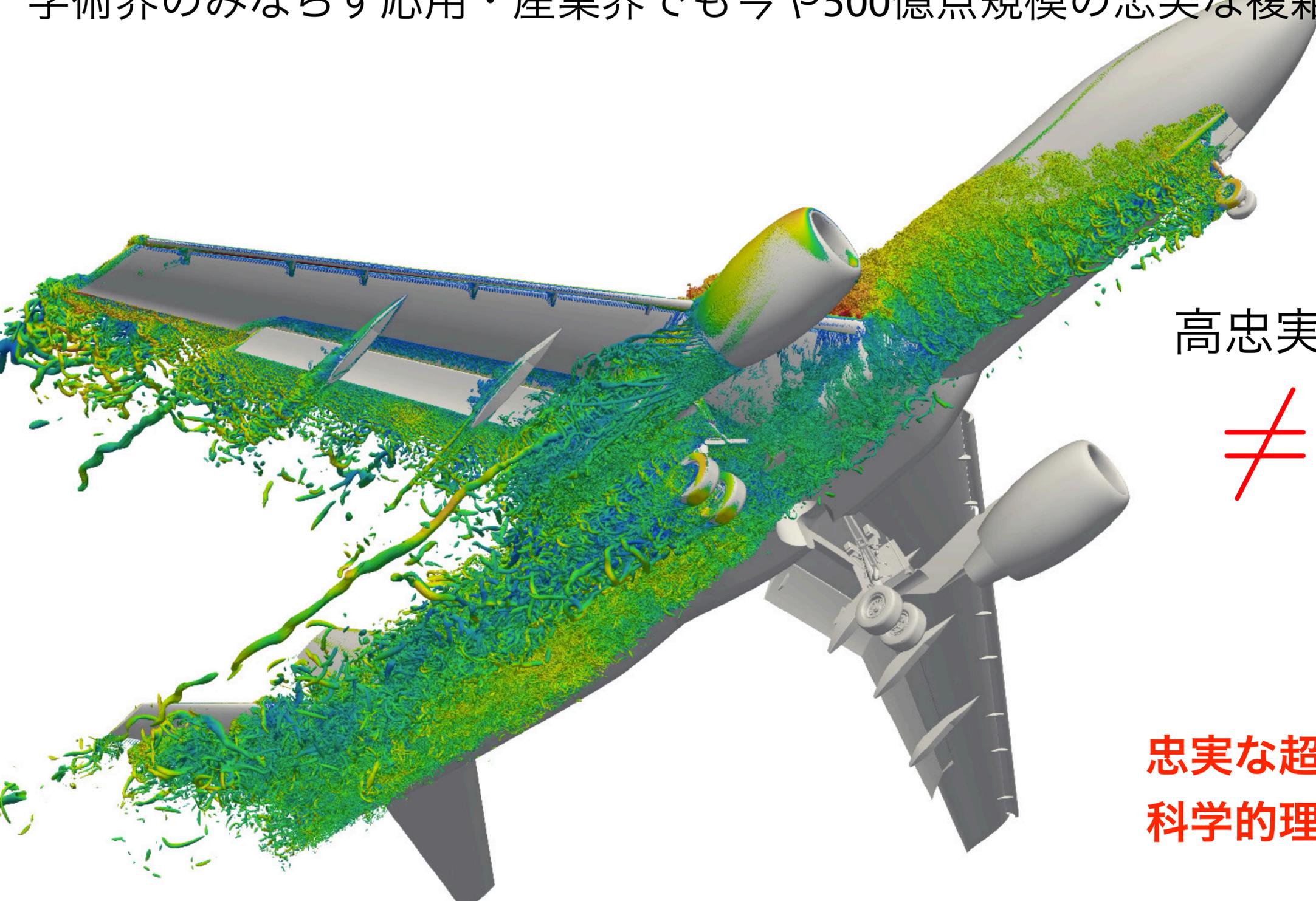
「富岳」およびHPCI第2階層計算機群にインストール

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| - 理研 「富岳」 | - 東大 Oakbridge-CX(Xeon) |
| - 北大 Grand Chariot(Xeon) | - 名大 FX1000(A64FX) |
| - 東北大 LX406Rz-2(AMD EPYC) | - 名大 CX2570(Xeon+GPU) |
| - JCAHPC Odyssey(A64FX) | - 阪大 OCTOPUS(Xeon) |



忠実なシミュレーションから何を学んだか

独自の基礎学術成果によって、**ユーザを問わない**高忠実なシミュレーションが可能な時代に
学術界のみならず応用・産業界でも今や500億点規模の忠実な複雑流体データが利用できる



高忠実なシミュレーションが可能

**≠ 科学的な理解
制御・設計への活用**

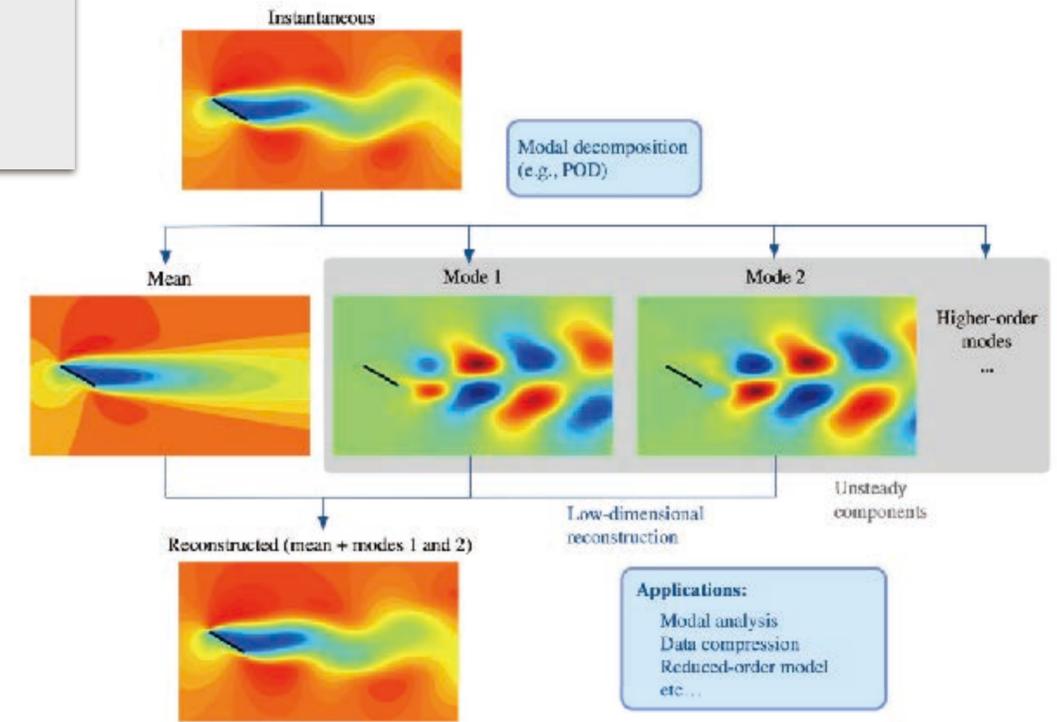
**忠実な超大規模・非線形複雑データの
科学的理解やその活用が大きなチャレンジ**

高次元データの低次元化

モーダル解析：動的モード分解(DMD)や固有直交分解(POD)など

$$q(x, t) = \sum_j \underbrace{\phi_j(t)}_{\substack{\text{係数} \\ \text{時間}}} \underbrace{\psi_j(x)}_{\substack{\text{モード} \\ \text{空間}}} = \phi_1(t)\psi_1(x) + \phi_2(t)\psi_2(x) + \dots$$

- 特徴的な流体構造のモードに分解
- データ再構築・予測のモデル構築も可



Taira et al. (AIAA J. 2018)

動的モード分解 (DMD) Schmid (J Fluid Mech. 2010)

$$X_{k+1} = AX_k \rightarrow A = X_{k+1}X_k^+ \text{ (サイズ } n \times n) \rightarrow \tilde{A} = U_r^T A U_r$$

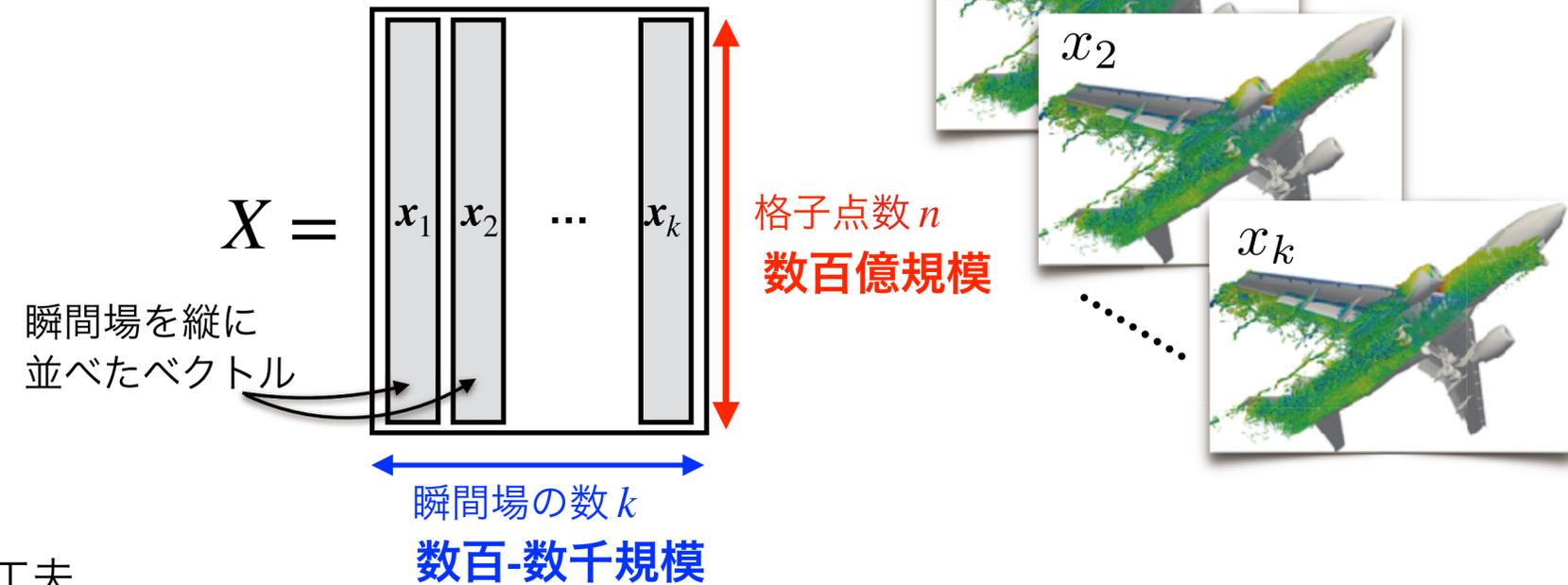
\tilde{A} の固有値分解(サイズ $r \times r$)

r 個のPOD基底に射影

$$X_k = [x_1, x_2, \dots, x_{k-1}]$$

$$X_{k+1} = [x_2, x_3, \dots, x_k]$$

時系列Snapshotが1つずれた行列を構築



課題

超縦長行列 X をどう扱うか

現状

近似により行列サイズを小さくする工夫

- Block randomized DMD (Erichson, 2019)
- Compressed DMD (Brunton, 2015)
- Parallelized SVD using QR decomposition (Sayadi, 2016)

近似を用いない超大規模データの厳密なDMD

超大規模データの厳密なDMD/POD解析を可能とする高速並列化アルゴリズム

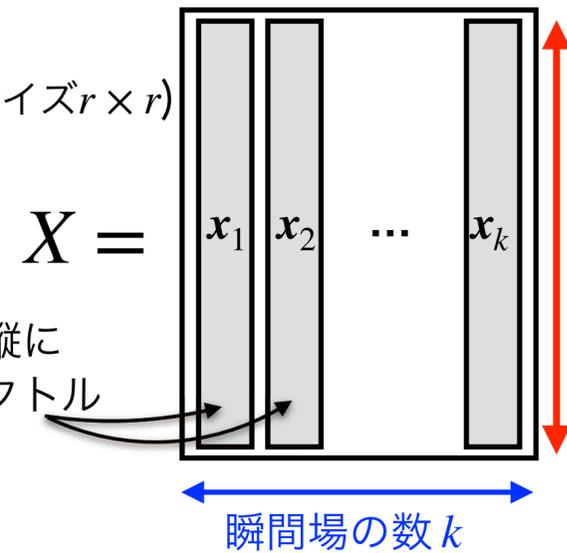
Asada & Kawai (TCFD, in review, 2024)

動的モード分解 (DMD) Schmid (J Fluid Mech. 2010)

$$X_{k+1} = AX_k \rightarrow A = X_{k+1}X_k^+ \text{ (サイズ } n \times n) \rightarrow \tilde{A} = U_r^T A U_r$$

r 個のPOD基底に射影

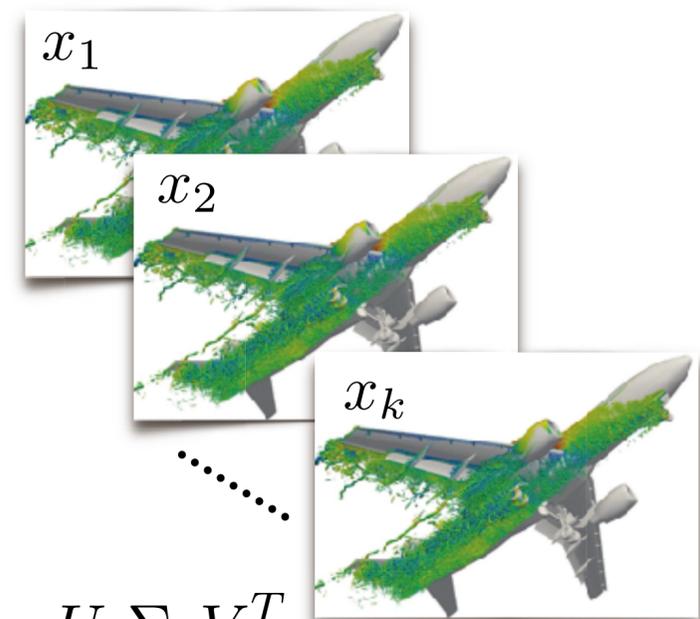
\tilde{A} の固有値分解(サイズ $r \times r$)



格子点数 n
数百億規模

瞬間場を縦に
並べたベクトル

瞬間場の数 k

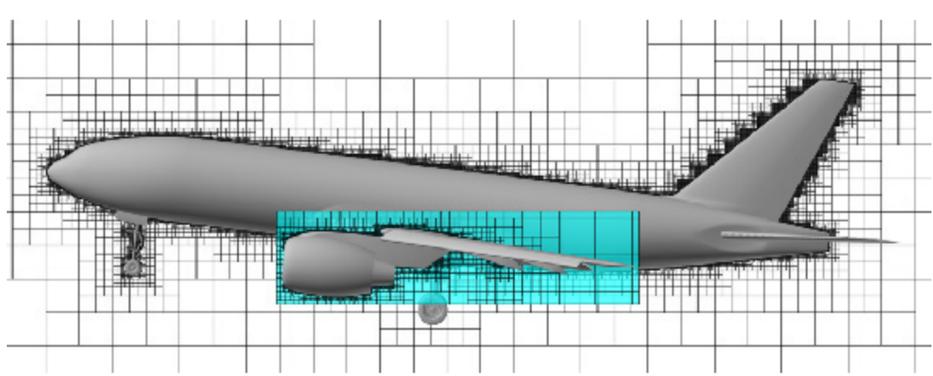


$$\tilde{A} = U_r^T A U_r$$

$$= U_r^T (X_{k+1} V_r \Sigma_r^{-1} U_r^T) U_r \quad (\because A = X_{k+1} X_k^+ = X_{k+1} V_r \Sigma_r^{-1} U_r^T) \quad \text{ここで } X_k = U_r \Sigma_r V_r^T$$

$$= U_r^T X_{k+1} V_r \Sigma_r^{-1} \quad (\because U^T = U^{-1}) \quad \text{直交行列}$$

$$= \Sigma_r^{-1} V_r^T \underline{(X_k^T X_{k+1})} V_r \Sigma_r^{-1} \quad (\because X_k = U_r \Sigma_r V_r^T)$$



並列化の領域分割を活用

$$X_k = \begin{bmatrix} X_{k,1} \\ X_{k,2} \\ \vdots \\ X_{k,N} \end{bmatrix}$$

$$X_k^T X_k = \begin{bmatrix} X_{k,1}^T & X_{k,2}^T & \dots & X_{k,N}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k,1} \\ X_{k,2} \\ \vdots \\ X_{k,N} \end{bmatrix}$$

$$= X_{k,1}^T X_{k,1} + X_{k,2}^T X_{k,2} + \dots + X_{k,N}^T X_{k,N}$$

並列計算により厳密なDMDが可能

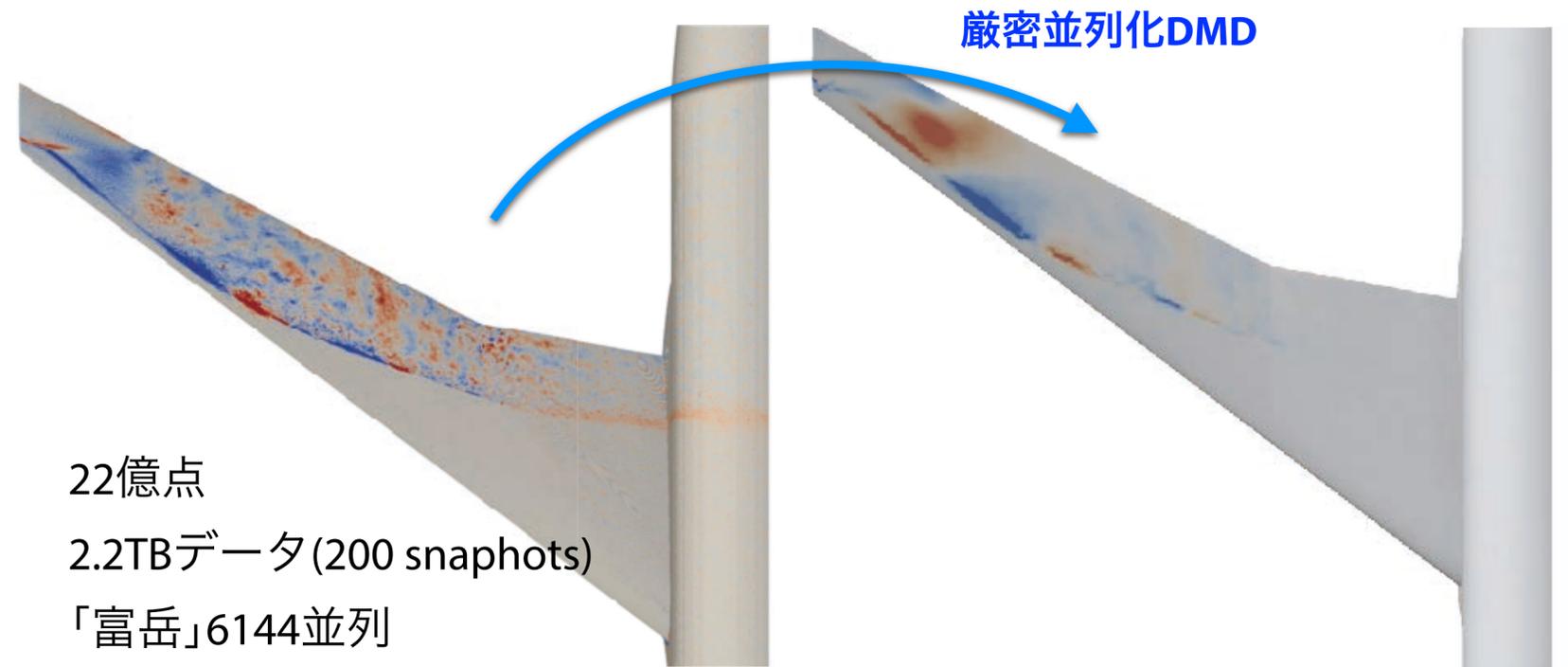
厳密並列化動的モード分解(DMD)の解析例

厳密並列化DMD Asada & Kawai (TCFD, in review, 2024)

航空機遷音速バフェット現象

$$M_\infty = 0.85$$

Tamaki & Kawai (AIAA J, 2024)



22億点
2.2TBデータ(200 snapshots)
「富岳」6144並列

DMDの課題

ある程度大きい r を取らないと正しいモードが得られない

$$X_{k+1} = AX_k \quad \tilde{A} = U_r^T A U_r \quad \tilde{A} \text{の固有値分解(サイズ } r \times r)$$

r 個のPOD基底に射影

$r=100$

厳密並列化ハンケルDMD

バフェットセルを抽出

$r=100$

厳密並列化DMD

非物理的に減衰

厳密並列化ハンケルDMD Asada & Kawai (TCFD, in review, 2024)

$$X_{k+1}^H = AX_k^H$$

$$X_k^H = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \cdots & \mathbf{x}_{k-h} \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \cdots & \mathbf{x}_{k+1-h} \\ \vdots & & & \\ \mathbf{x}_{1+h} & \mathbf{x}_{2+h} & \cdots & \mathbf{x}_k \end{bmatrix}$$

ハンケル行列 (時系列snapshot
データを下に重ねる)

縦長行列がさらに
縦長になる

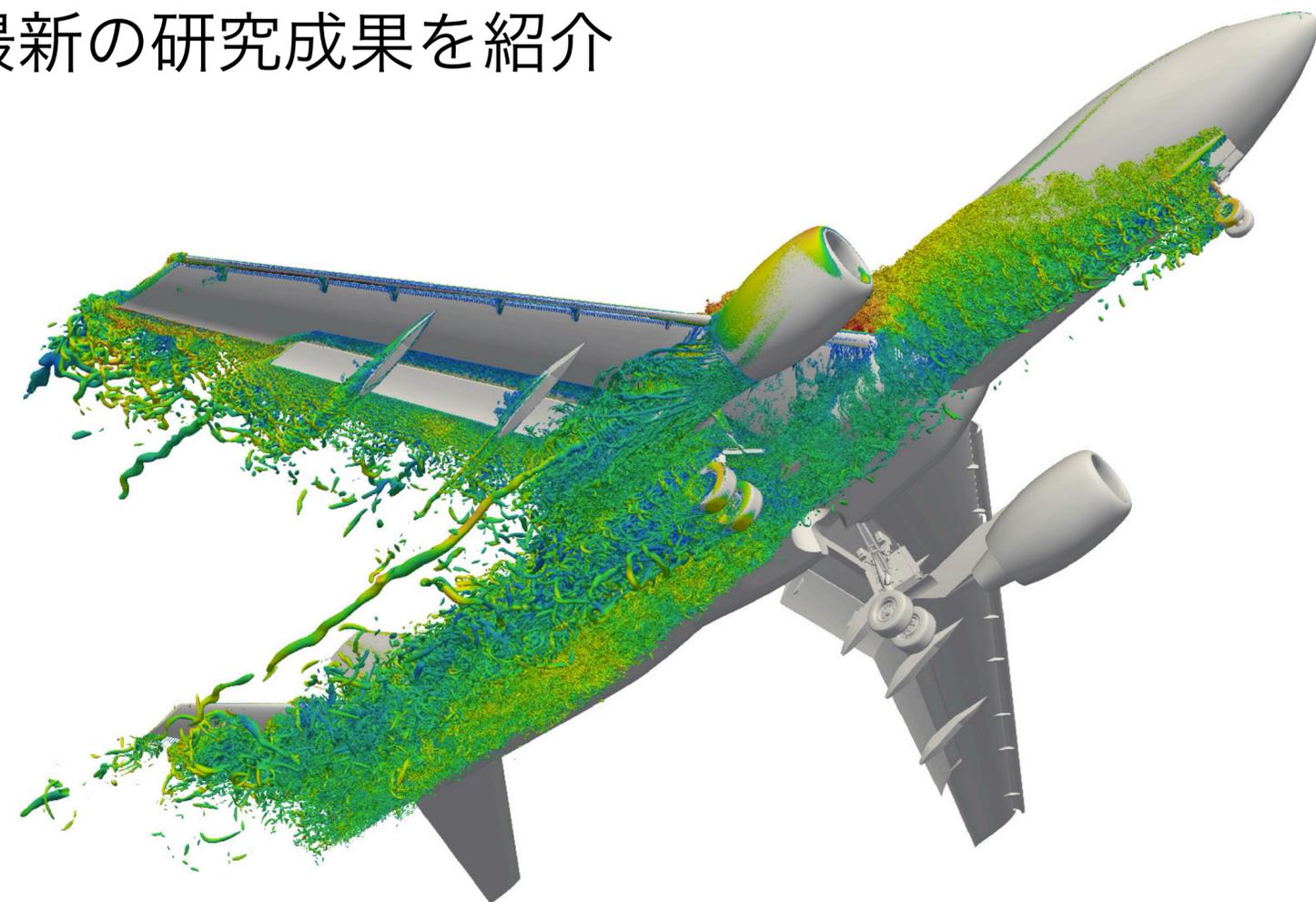
まとめ

学術研究から応用・実用までの使用に耐えうる**今までにない安定・高忠実な次世代の圧縮性流体LESソルバーFFVHC-ACE**に関する最新の研究成果を紹介

FFVHC-ACEの3つの特徴

- (1) 完全自動格子生成を可能とする等間隔階層型直交格子法
- (2) 数値拡散の導入なしに安定な今までにないKEEPスキーム
- (3) 高レイノルズ数LES解析を可能とする壁面モデル

今まで困難であった**ユーザーを問わない**完全自動・高忠実シミュレーションが可能



さらなる課題

高忠実な超大規模非線形複雑データの**科学的な理解, 制御・設計への活用**

超大規模データの厳密なDMD/POD解析を可能とする高速並列化アルゴリズムを紹介