# よく知られている理論の不思議な性質 ---大規模数値計算によるQCDの相境界近傍の解析

青木保道

理化学研究所 計算科学研究センター 連続系場の理論研究チーム

### 素粒子標準模型に登場する素粒子



### 素粒子標準模型に登場する素粒子とパラメタ



・レプトン混合



### 素粒子標準模型の動力学

- 対称性とその破れ
  - ・ ゲージ対称性: 電弱理論
    - ・ ヒッグス機構
    - ➡ フェルミオン質量の起源
  - ・ カイラル対称性: QCD
    - ・ 南部 ゴールドストン
    - ➡ ハドロンの質量の起源:陽子、中性子含む
      - ・ 目に見える宇宙の99%の質量はこちらから

### QCD 標準模型中の強い相互作用の理論

- Quantum Chromo Dynamics
- ・カイラル対称性: 右巻きと左巻きのクォークの交換で理論が変わらない
- ・理論式を見る限り対称性がある。しかし、、、
- 自発的に破れている



**The Nobel Prize in Physics 2008** Yoichiro Nambu, Makoto Kobayashi, Toshihide Maskawa

- ・真空でカイラル凝縮: クォークと反クォークの<sup>^</sup> Physics 2008
- ・ゼロ質量の粒子の存在:南部ーゴールドストン粒
- π: 複合粒子: (ud), (du), (uu-dd) 粒子反粒子 ペ
- ・核力を説明する粒子



Photo: University of Chicago Yoichiro Nambu

# QCDにおける π と σ (シグマ)

- ・谷に添って動くモード: π ゼロ質量複合粒子 (ud), (du), (uu-dd)
- ・等高線と垂直に動くモード: σ ミステリアスな複合粒子 (uu+dd)
- ・ 複合粒子の質量 m<sup>2</sup>=曲率: m<sub>π</sub>=0, m<sub>σ</sub>>0
- ・実世界では → 傾きが入る(mud>0)
  - 対称性が少し破れる
  - $m_{\pi} = 135 \text{ MeV}$
  - $m_{\sigma} = 400 \sim 550 \text{ MeV}$
- ・ QCDのスケール: π崩壊定数
  - f<sub>π</sub> = 93 MeV インプット
    - ・ simulationで求まる: m<sub>π</sub>/f<sub>π</sub>, m<sub>o</sub>/1

有効ポテンシャル



・他の複合粒子(陽子,中性子…)の質量はクォーク質量を決めれば全て決まる



- ・ 有効模型による記述: 結構良い ← かなり昔から分かっている
  - カイラル対称性の自発的破れで定性的理解
  - 有効模型のパラメタをいくつか決めると
    - ・ それなりに世界を記述できる
- ・しかし、それでは、標準模型の精密検証はできない
  - ・ π や σ 等の複合粒子を作る元になっている理論の第一原
     理計算必要
  - ・ しかも高精度!
- ・ 実は、標準模型中のヒッグス部分 → この有効模型とほぼ同じ
  - ・ 背後にQCDの様な理論がある?

- 温度
- ・ 2つの異なる相: やぶれ(低温)←→回復(高温)
  - ・相転移の存在
  - ・ クォーク閉じ込め←→非閉じ込め





https://www.s.u-tokyo.ac.jp/ja/press/2004/02.html



- 温度
- ・ 2つの異なる相: やぶれ(低温)←→回復(高温)
  - ・ クォーク閉じ込め←→非閉じ込め
- ・ クォークの数  $N_f$



出典:東大理学部 https://www.s.u-tokyo.ac.jp/ja/press/2004/02.html



- 温度
- ・ 2つの異なる相: やぶれ(低温)←→回復(高温)
  - ・ クォーク閉じ込め←→非閉じ込め





- 温度
- ・ 2つの異なる相: やぶれ(低温)←→回復(高温)
  - ・ クォーク閉じ込め←→非閉じ込め

u

クォークの数

 $\alpha(\mu)$ 



出典:東大理学部 https://www.s.u-tokyo.ac.jp/ja/press/2004/02.html

ヒッグスセクターの背景にある新法則の可能性



# 理論解析: モンテカルロ法と格子ゲージ理論

- ・ 簡単な例: 円周率 π をモンテカルロ法で求める
  - 一様乱数(x, y) 0<x, y<1 を大量に生成</li>
  - 円の中に入る確率は面積の比
    - ・円の面積/正方形の面積=π/4
- ・面積
   ←モンテカルロ法による数値積分
- ・ 基礎理論: 格子場のラグランジアンの経路積分
  - ・4次元時空の各点で場の変数の積分を行う
  - ・点の数と評価する関数の複雑さ→膨大な計算





### 困難:体積、点の数は多い方がいい



- ・カイラル対称性の改良/厳密化
- ・格子間隔 a が比較的大きくても 連続極限 a→0 のエッセンスをとらえる

### form factor calculation: one example



•  $K \rightarrow \pi + l + \nu$ 



$$\langle \pi(p_f) | V_\mu(0) | K(p_i) \rangle = f_+(q^2)(p_f + p_i) + f_-(q^2)(p_f - p_i)$$

a CKM matrix element V<sub>us</sub> is obtained from

 $V_{us}f_+(0) = 0.2165(4)$ 

average of [K<sub>L e3</sub>, K<sub>L  $\mu$ 3</sub>, K<sub>S e3</sub>, K<sub>± e3</sub>, and K<sub>±  $\mu$ 3</sub>] by Mouslon 2014

# form factor calculation: one example with unphysical ud mass simulation

RBC/ULQCD 2013



# form factor calculation: one example one big step forward: physical ud mass simulation



# form factor calculation: one example this is a best understood quantity $\rightarrow$ average available



# form factor calculation: one example to flavor physics pheno



and using a similar relation with  $\pi$  and K decay constants (leptonic decay) on

$$\left|\frac{V_{us}}{V_{ud}}\right|\frac{f_K}{f_\pi}$$

### FLAG 2016 coverage I

#### **112** Page 4 of 228

**Table 1** Summary of the main results of this review, grouped in terms of  $N_f$ , the number of dynamical quark flavours in lattice simulations. Quark masses and the quark condensate are given in the  $\overline{\text{MS}}$  scheme at running scale  $\mu = 2$  GeV or as indicated; the other quantities listed are specified in the quoted sections. For each result we list the references that entered the FLAG average or estimate. From the entries in this col-

umn one can also read off the number of results that enter our averages for each quantity. We emphasize that these numbers only give a very rough indication of how thoroughly the quantity in question has been explored on the lattice and recommend to consult the detailed tables and figures in the relevant section for more significant information and for explanations on the source of the quoted errors

Quantity	Sects.	$N_f = 2 + 1 + 1$	Refs.	$N_f = 2 + 1$	Refs.	$N_f = 2$	Refs.
m <sub>s</sub> [MeV]	3.1.3	93.9(1.1)	[4,5]	92.0(2.1)	[6–10]	101(3)	[11,12]
$m_{ud}$ [MeV]	3.1.3	3.70(17)	[4]	3.373(80)	[7–10,13]	3.6(2)	[11]
$m_s/m_{ud}$	3.1.4	27.30(34)	[4,14]	27.43(31)	[6-8,10]	27.3(9)	[11]
$m_u$ [MeV]	3.1.5	2.36(24)	[4]	2.16(9)(7)	а	2.40(23)	[16]
$m_d$ [MeV]	3.1.5	5.03(26)	[4]	4.68(14)(7)	а	4.80(23)	[16]
$m_u/m_d$	3.1.5	0.470(56)	[4]	0.46(2)(2)	а	0.50(4)	[16]
$\overline{m}_c(3 \text{ GeV}) [\text{GeV}]$	3.2	0.996(25)	[4,5]	0.987(6)	[9,17]	1.03(4)	[11]
$m_c/m_s$	3.2.4	11.70(6)	[4,5,14]	11.82(16)	[17,18]	11.74(35)	[11,132]
$\overline{m}_b(\overline{m}_b)$ [GeV]	3.3.4	4.190(21)	[5,19]	4.164(23)	[9]	4.256(81)	[20,21]
$f_{+}(0)$	4.3	0.9704(24)(22)	[22]	0.9677(27)	[23,24]	0.9560(57)(62)	[25]
$f_{K^{\pm}}/f_{\pi^{\pm}}$	4.3	1.193(3)	[14,26,27]	1.192(5)	[28–31]	1.205(6)(17)	[32]
$f_{\pi^{\pm}}$ [MeV]	4.6			130.2(1.4)	[28,29,31]		
$f_{K^{\pm}}$ [MeV]	4.6	155.6(4)	[14,26,27]	155.9(9)	[28,29,31]	157.5(2.4)	[32]
$\Sigma^{1/3}$ [MeV]	5.2.1	280(8)(15)	[33]	274(3)	[10,13,34,35]	266(10)	[33,36–38]
$F_{\pi}/F$	5.2.1	1.076(2)(2)	[39]	1.064(7)	[10,29,34,35,40]	1.073(15)	[36–38,41]
$\bar{\ell}_3$	5.2.2	3.70(7)(26)	[39]	2.81(64)	[10,29,34,35,40]	3.41(82)	[36,37,41]
$\bar{\ell}_4$	5.2.2	4.67(3)(10)	[39]	4.10(45)	[10,29,34,35,40]	4.51(26)	[36,37,41]
$\bar{\ell}_6$	5.2.2					15.1(1.2)	[37,41]
$\hat{B}_{ m K}$	6.1	0.717(18)(16)	[42]	0.7625(97)	[10,43–45]	0.727(22)(12)	[46]

<sup>a</sup> This is a FLAG estimate, based on  $\chi$  PT and the isospin averaged up- and down-quark mass  $m_{ud}$  [7–10,13]

#### Eur. Phys. J. C (2017) 77:112

### FLAG 2016 coverage II

#### Eur. Phys. J. C (2017) 77:112

#### Page 5 of 228 112

**Table 2** Summary of the main results of this review, grouped in terms of  $N_f$ , the number of dynamical quark flavours in lattice simulations. The quantities listed are specified in the quoted sections. For each result we list the references that entered the FLAG average or estimate. From the entries in this column one can also read off the number of results that

enter our averages for each quantity. We emphasize that these numbers only give a very rough indication of how thoroughly the quantity in question has been explored on the lattice and recommend to consult the detailed tables and figures in the relevant section for more significant information and for explanations on the source of the quoted errors

Quantity $f_D$ [MeV]	T=0 の素粒子物理で重要な						
$f_{D_s}$ [MeV] $f_{D_s}/f_D$ $f_{D_\pi}^{D_\pi}(0)$	基本的な物理量は数%誤差で求まっている						
$f_{+}^{DK}(0)$ $f_{B} [MeV]$ $f_{B_{e}} [MeV]$	1%以下のものもある						
$f_{B_s}/f_B$	8.1	1.205(7)	[52]	1.201(16)	[48,53–55]	1.206(23)	[20,57,58]
$f_{B_d}\sqrt{\hat{B}_{B_d}}$ [Me	eV] 8.2			219(14)	[54,59]	216(10)	[20]
$f_{B_s}\sqrt{\hat{B}_{B_s}}$ [Me	eV] 8.2			270(16)	[54,59]	262(10)	[20]
$\hat{B}_{B_d}$	8.2			1.26(9)	[54,59]	1.30(6)	[20]
$\hat{B}_{B_s}$	8.2			1 20(6)	[54 50]	1.32(5)	[20]
$\xi$ $B_{B_s}/B_{B_d}$	8.2 8.2	他の	)話題は	どうだ	ろう?	1.225(31) 1.007(21)	[20] [20]
Quantity	Se	ects. N	$f = 2 + 1$ and $N_f =$	= 2 + 1 + 1	Refs.		
$\alpha_{\overline{\text{MS}}}^{(5)}(M_Z)$ $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(5)} \text{[MeV]}$	9.9	9 0. 9 21	1182(12)		[5,9,61–63]		

### 困難:体積、点の数は多い方がいい



- a ≠ 0 では: カイラル対称性はあからさまに破れる: ニールセン-二宮の定理
- 工夫
  - ・カイラル対称性の改良/厳密化
  - ・格子間隔 a が比較的大きくても 連続極限 a→0 のエッセンスをとらえる

# 格子作用と対称性

	U(1) <sub>B</sub>	SU(N <sub>f</sub> )∨	SU(N <sub>f</sub> )A	計算コスト
Wilson	$\checkmark$	$\checkmark$	×	普通
staggered	$\checkmark$	×	部分的	安い
domain wall	$\checkmark$	$\checkmark$	ほぼ厳密	高い
overlap	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	高すぎ/ 非現実的

「改良」&系の性質により、改善しうる対称性

• Wilson



- 温度
- ・ 2つの異なる相: やぶれ(低温)←→回復(高温)
  - ・ クォーク閉じ込め←→非閉じ込め
- クォークの数



出典: 東大理学部

https://www.s.u-tokyo.ac.jp/ja/press/2004/02.html

ヒッグスセクターの背景にある新法則の可能性





## LatKMI collaboration

• KMI / Nagoya Univ.



T.Maskawa, K.Nagai, K.Yamawaki

• KEK, Kyoto, Swansea, Keio, CPT Marseille, Nara, RBEC, Tsukuba



Y. A, T.Aoyama, E.Bennett, M.Kurachi, K.Miura, H.Ohki, E.Rinaldi, A.Shibata, T.Yamazaki



### Nf=8 QCD

- ・ Highly Improved Staggered Quark (HISQ)の利用
- ・理論の対称性 SU(N<sub>f</sub>)v のチェック



### $N_f=8$ spectrum – $\sigma$ : flavor singlet scalar

- $\sigma$  is a candidate of Higgs in a successful walking technicolor theory
- observed hierarchy of spectrum (parametrically)



# 何がおもしろいのか?



- ・素朴には、複合模型 Higgs の質量は
  - m<sub>H</sub> ~ 1000 GeV
- ・ ところが、2012年に発見された Higgs 粒子は
  - m<sub>H</sub> ~ 125 GeV
- ・ 「軽いơ」の存在は 「軽い Higgs」を説明できる可能性!



# 格子作用と対称性

	U(1) <sub>B</sub>	SU(N <sub>f</sub> )∨	SU(N <sub>f</sub> )A	計算コスト
Wilson	$\checkmark$	$\checkmark$	×	普通
staggered	$\checkmark$	×	部分的	安い
domain wall	$\checkmark$	$\checkmark$	ほぼ厳密	高い
overlap	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	高すぎ/ 非現実的

JLQCDの有限温度計算: カイラルフェルミオン

- · domain wall fermion (DW)  $\rightarrow$  "reweighting" to overlap (OV) [JLQCD]
- ・ 時間を節約しつつ、最終結果は厳密な対称性を保証
  - ・ ただし、有効統計の減少とDWの近似の精度には注意が必要

### "chiral fermion"

- Domain-wall fermion: Kaplan 92, Furman-Shamir 95
  - ・もとの4次元理論→5次元
  - 5次元方向に 質量の domain wall を作る
  - エッジモードとして、カイラルフェルミオンが出現する
    - 物性ではよく知られた現象
  - ・5次元方向の長さが有限の場合、微少なやぶれがある
- Overlap fermion
  - Domain-wall fermion の 5次元方向を 無限大極限
  - 厳密な格子上のカイラル対称性を実現する a Ginsparg-Wilson fermion
- どちらも Wilson Fermion のライブラリを援用して構成





### $\chi_t(m_f)$ for N<sub>f</sub>=2 T=220 MeV





- test if there is any 1st order transition line there ?
- investigating the symmetry at  $m \rightarrow 0$  $*SU(2)_{LXR}$  or  $SU(2)_{LXR} \times U(1)_{A}$ ?

# 現在でも: Columbia Plot = 大方の人の理解 || 期待



u, d, s クォークの質量:  $m_u < m_d \ll m_s < \Lambda_{QCD} \ll m_c < m_b \ll m_t$ 

[original Columbia plot: Brown et al 1990]

N<sub>f</sub>=2+1相図

- ・ 連続極限で分かっていること
  - Nf=0: 一次転移
    - 右上隅はよく分かっている

# ポスト京を用いて、これを解明していきます

 $\infty$ 

 $\infty$ 

Mud

- staggered (Wuppertal 2006)
- 他の正則化でも反証なし
- 厳密なカイラル対称性を持つ
   アプローチでは未踏
- ・こんな図を普通書きますが、
   大部分はよく分かっていない

### QCD 有限温度相転移の理論: N<sub>f</sub>=2+1 Lattice



- ・相境界(μ=0)の μ>0 への伸び方を調べる→(T,μ)臨界終点の研究へつなげる
- 大変重要/有用である!



- ・N<sub>f</sub>=2+1 physical pt. から遠い?
  - $m_s \sim 100 \text{ MeV} \rightarrow \infty$

まずは N<sub>f</sub>=2

- •T=0ではsのあるなしは微細効果
- boundary の情報としては有用
- N<sub>f</sub>=2
  - Wilson, staggered: 未確定
  - 厳密な格子カイラル対称性
    - ➡U(1)<sub>A</sub>回復を示唆[JLQCD16]
    - →一次転移の可能性 → χ<sub>t</sub>(m)に飛び?
       [Pisarski&Wilczek]



一次転移だとどうなるか?

- 0 ≤ m<sub>f</sub> < m<sub>c</sub> : 一次転移
- 一つの可能性として: N<sub>f</sub>=3の一次転移領域と繋がる
- 物理点への影響も考えられる





トポロジカル電荷 (ゲージ場の幾何学的指数)

→感受率



# 実際、我々の研究で トポロジカル感受率 χ<sub>t</sub>(m) に一次転移的兆候が 見えた。。。







- ・
   誤差は
   *a*<sup>2</sup>
- T=220 MeV



### Results of $\chi_t(m)$ at T=220 MeV; multiple volume



 Statistics in trajectory ~30k, 30k, 10k

### Results of $\chi_t(m)$ at T=220 MeV; multiple volume



- V dependence at m=10 MeV is strange
  - non-monotonic: cannot take thermodynamic limit
  - important region, where a phase boundary was suggested w/ 32<sup>3</sup>
- Let's look at the histogram of Q

summary of histogram: T=220 MeV, m=10 MeV



 $\bigcirc \odot 24^3$  $\blacksquare 32^3$ 

1.5×1

# まとめ (未言及含む)

- カイラル対称性が厳密な計算手法でQCD相転移を追跡
  - 特に N<sub>f</sub>=2 QCD では他の手法は信頼に足りない
  - ・ 先行するJLQCD研究より連続理論に近い計算を推進
- ・ 高温相 T=220 MeV で χ<sub>t</sub>(m) について特に 体積依存性を追求
  - ・ 一次転移と思われた mc 近傍で 体積依存性が不自然
- ・ 比較的大きいクオーク質量で不思議な体積依存性: U(1)A
  - ・ 相転移を示唆?
  - フレーバー一重項スカラーが軽くなる新奇な現象?
- 継続中。。。

N<sub>f</sub>=2+1相図

- ・ 連続極限で分かっていること
  - Nf=0: 一次転移
     · <sup>A</sup>
     · <sup>R</sup>スト京&カイラルフェルミオン
     · Nf=2
     を用いて、これを解明していきます
     · staggered (Wuppertal 2006)
     · 他の正則化でも反証なし
     · 厳密なカイラル対称性を持つ アプローチでは未踏
- ・こんな図を普通書きますが、
   大部分はよく分かっていない

# ご静聴ありがとうございました。