



2017年度 第2回 計算科学フォーラム
@東京大学 2018年2月26日

太陽内部熱対流と磁場生成の シミュレーション

千葉大学
堀田英之

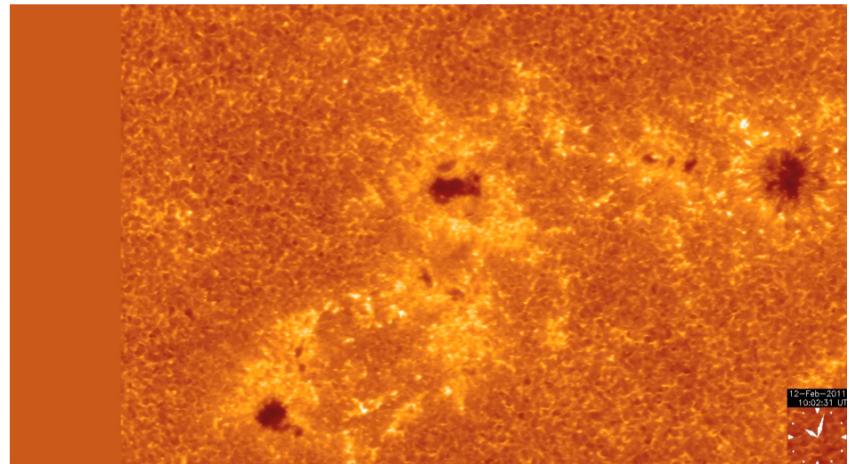
共同研究者 : Matthias Rempel [HAO/NCAR], 横山央明[東大]
飯島陽久、草野完也[名大]

太陽黒点

(NASA/JAXA/岡本丈典)



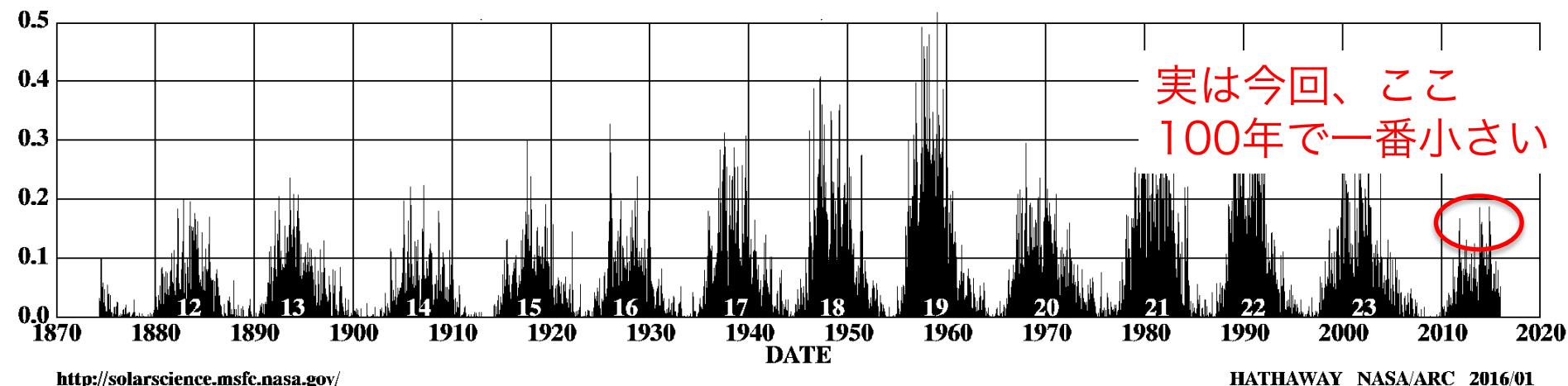
黒点ができる過程と太陽フレア



黒点が初めて人類の書物に登場するのは、紀元前167年の中国の書物と言われている。

太陽黒点の11年周期

地球側から見える黒点の面積の割合

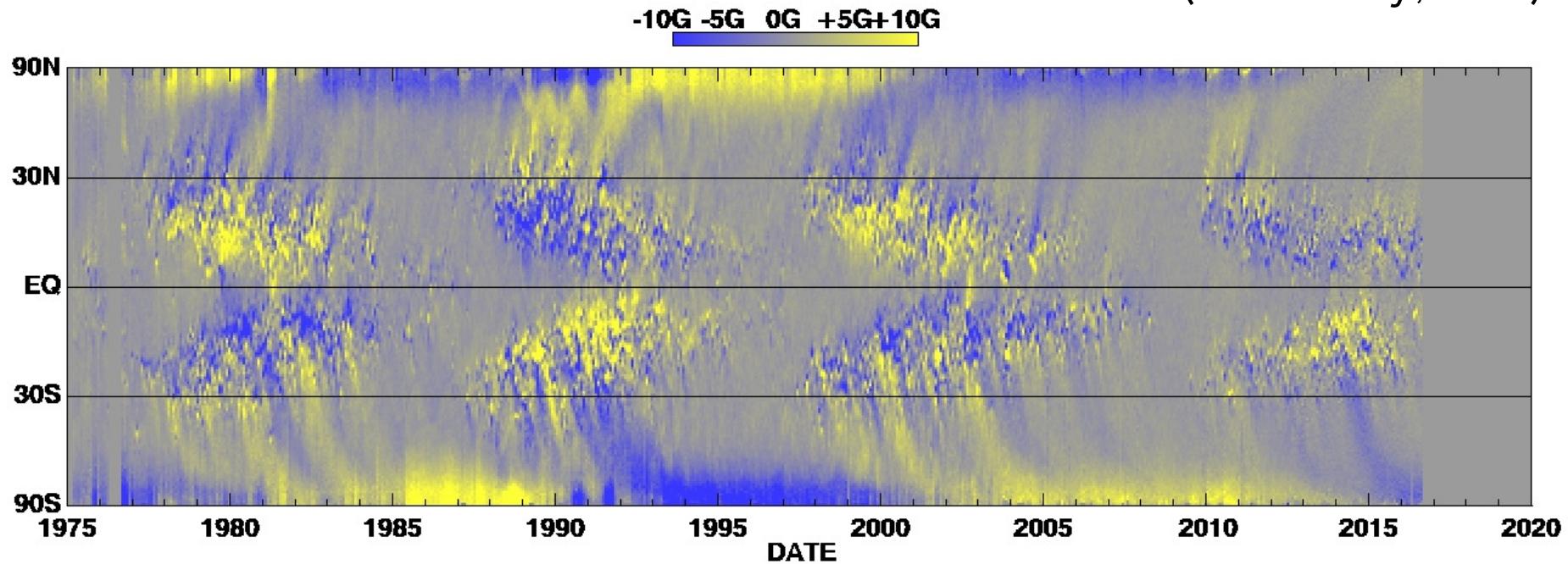


黒点の観測は1600年初頭のガリレオのものからほぼ継続しており、そのほとんどの期間で11年の周期を持って変動している。

物理機構は未だ未解決の大問題

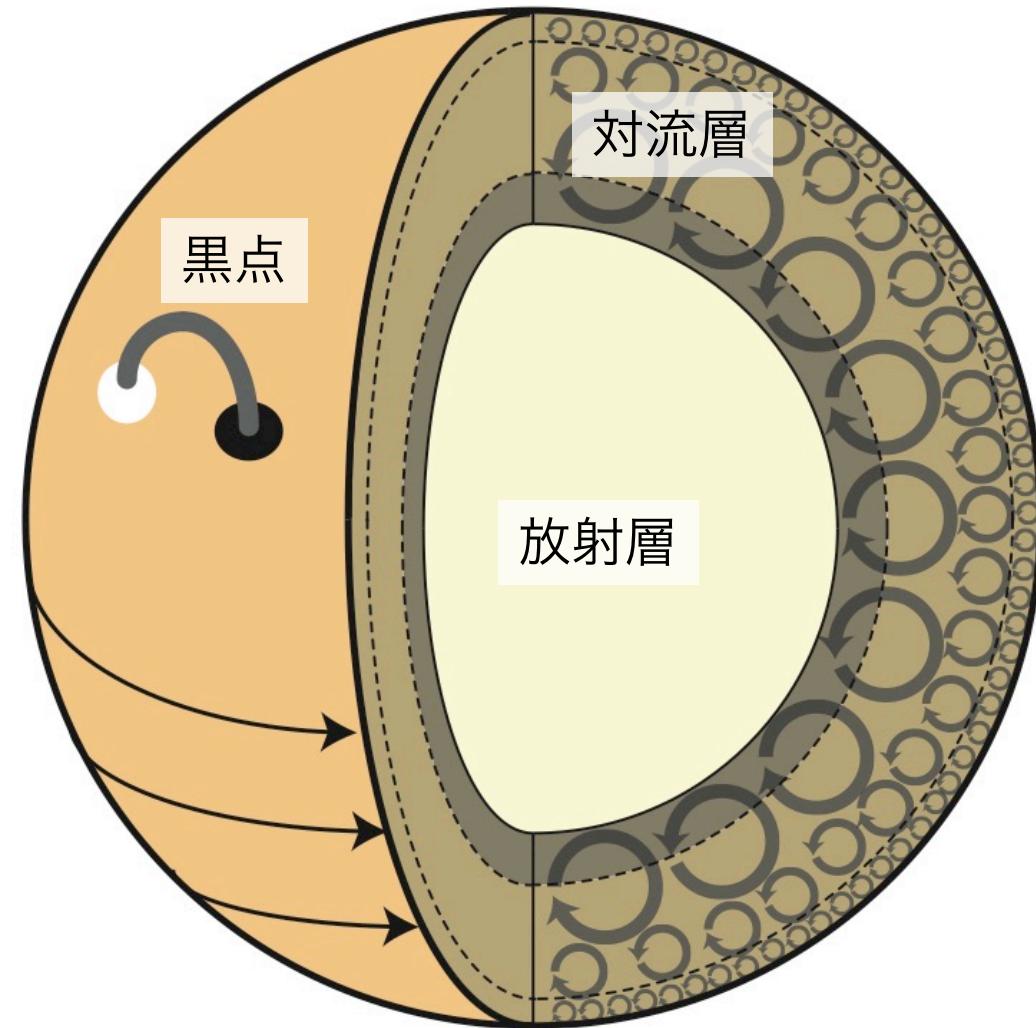
磁場の蝶形図

(Hathaway, web)



単に11年で振動しているだけではなく、特徴的な規則性や
パターンを見せている。なにか規則を司る物理があると考えられる。

太陽活動周期を理解する鍵

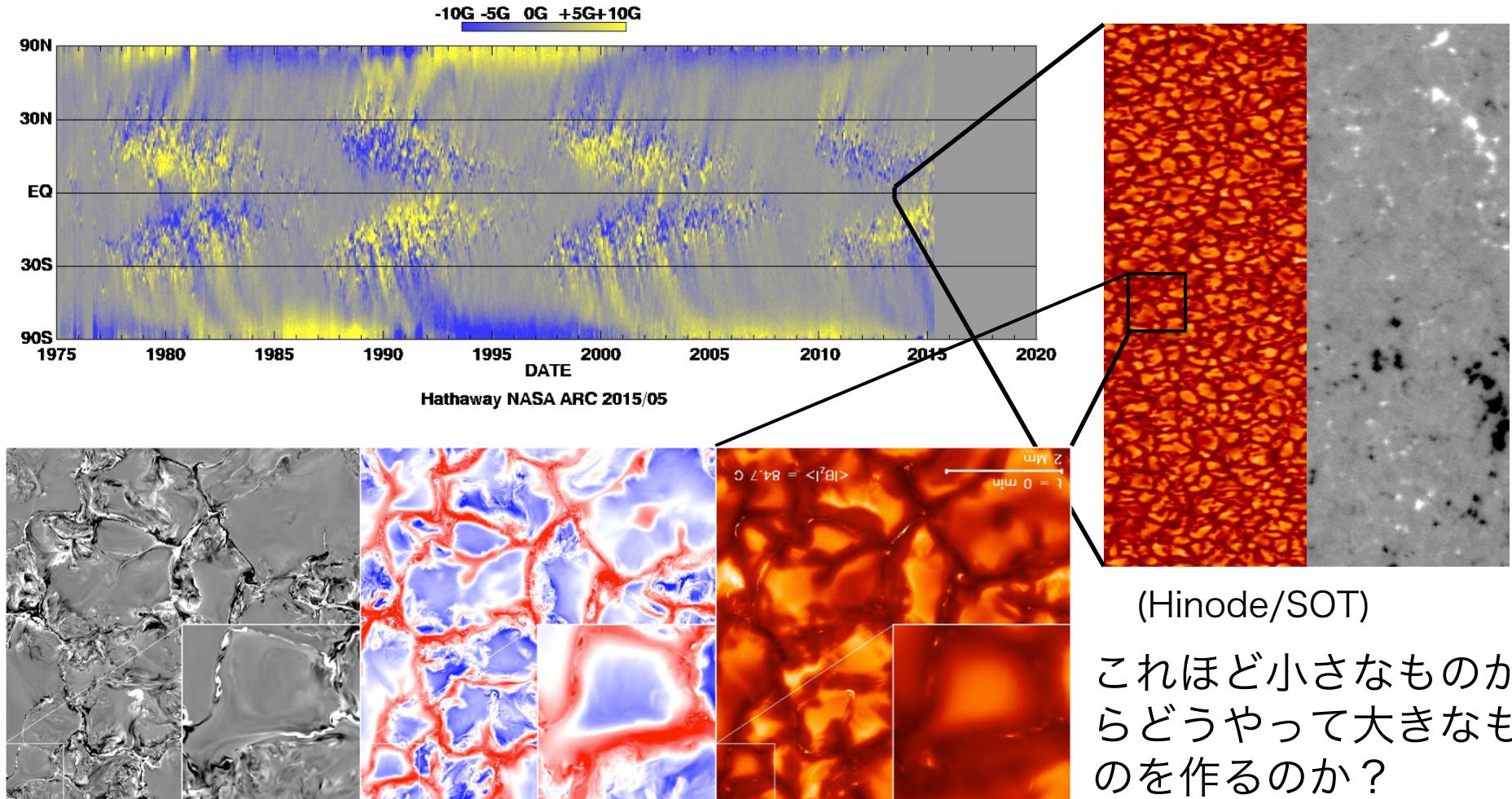


太陽は水素とヘリウムの
プラズマで構成されている。

固体→液体→気体→プラズマ
陽子と電子がバラバラな状態
プラズマと磁場は一緒に動く

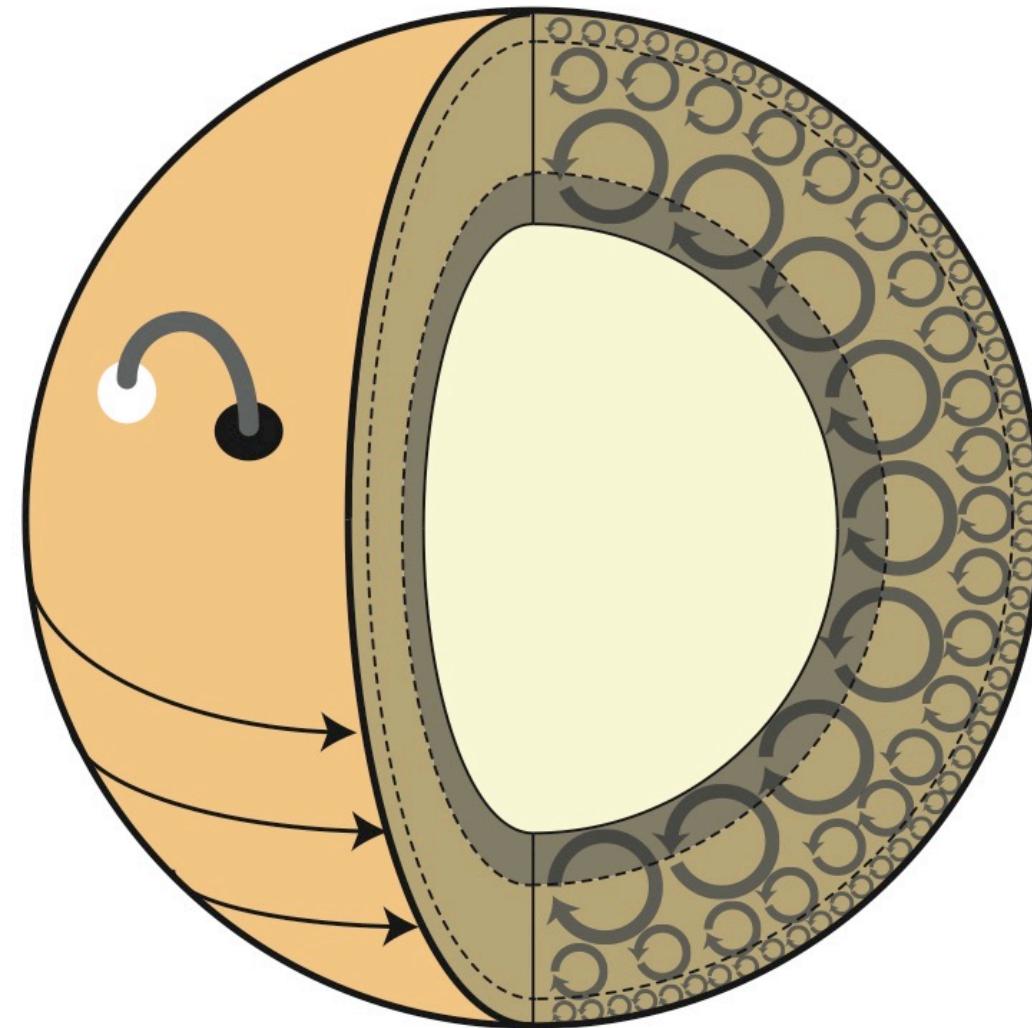
プラズマの乱流運動が太陽黒点
周期を理解する鍵

カオスから秩序へ



(Rempel, 2014, 数値計算)

太陽内部構造は非常によく分かっている



恒星標準理論

- ✓ 太陽の中心部では核融合が起こっている。
- ✓ 圧力と重力が釣り合っている
- ✓ エネルギーは釣り合っている

→太陽内部の密度・圧力・温度がわかる。

日震学によるチェック

音波を用いた太陽の構造推定により、誤差0.1%程度で密度、圧力などが推定できている。

解く方程式

磁気流体力学の方程式 Magnetohydrodynamics (MHD)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \quad \text{質量保存則}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) - \nabla p - \rho g \mathbf{e}_r \quad \text{重力 運動方程式}$$

ローレンツ力 $+ \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$ $+ 2\rho \mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega}$ コリオリカ

$$\rho T \frac{\partial s}{\partial t} = -\rho T (\mathbf{v} \cdot \nabla) s + Q_{\text{rad}} \quad \text{エントロピーの方程式 or エネルギー保存則}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{磁場の誘導方程式}$$

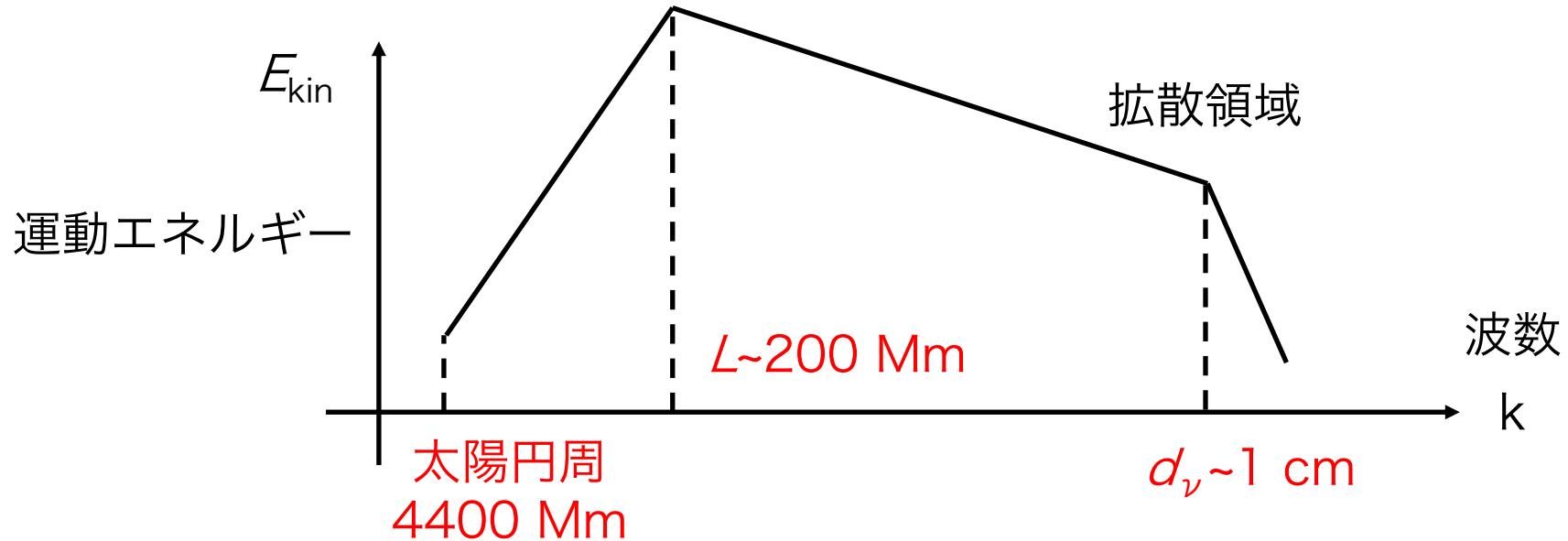
$$p = p(\rho, s) \quad \text{状態方程式(電離の効果を含めるOPAL)}$$

太陽内部研究の難しい所：レイノルズ数

分子粘性の大きさは、およそ $\nu \sim 1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (Parker, 1979)

速度 $v = 100 \text{ m s}^{-1}$, 熱対流の空間スケール $L = 200 \text{ Mm}$ (対流層の厚さ)

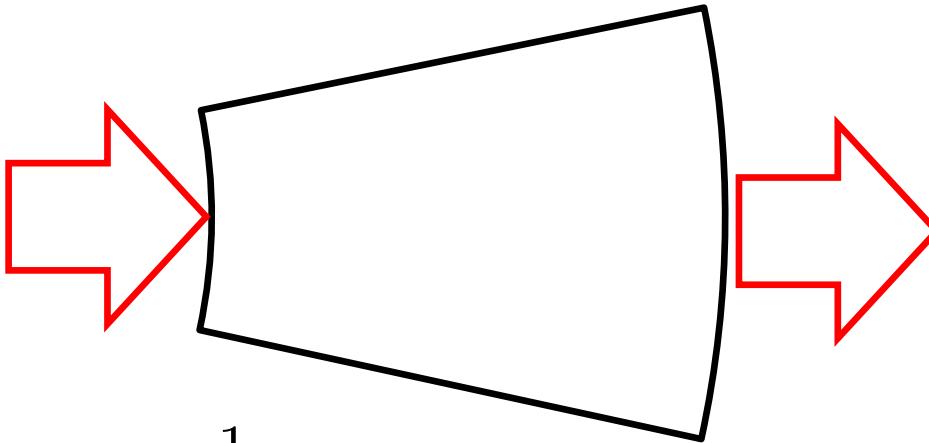
$$\text{Re} = \frac{vL}{\nu} \sim 10^{14} \quad \frac{d_\nu}{L} \sim \text{Re}^{-3/4}$$



太陽内部研究の難しい所：スケール差(1/2)

対流層の底と表面で密度比10⁶、温度比200

$$F_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2}$$



$$L_{\odot} = 3.8 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$$

$$F_{\odot} \sim \rho v_c^3$$

エネルギー フラックス
密度 対流速度

$$H_p \sim T$$

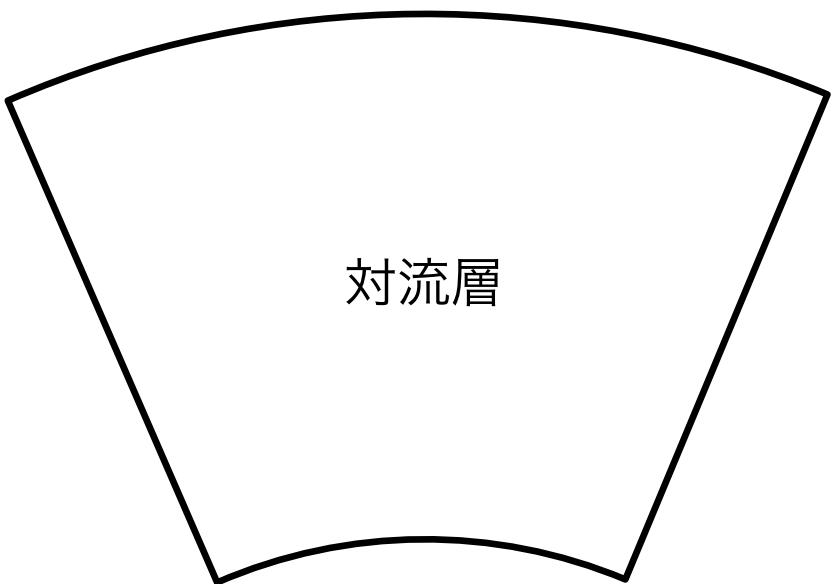
圧力
スケール長
温度

$$\tau \sim \frac{H_p}{v_c}$$

時間スケール

太陽内部研究の難しい所：スケール差(2/2)

対流層内部で大きく変わる空間・時間スケール



太陽表面

温度	密度	空間	時間
6000 K	10^{-7} g/cm ³	1000 km	数分

対流層の底

温度	密度	空間	時間
200万 K	0.1 g/cm ³	20万 km	1ヶ月

当然、磁場周期は11年なので最終的には数十年まで解きたい。
基本的に、太陽深部と表面は別々に研究されている

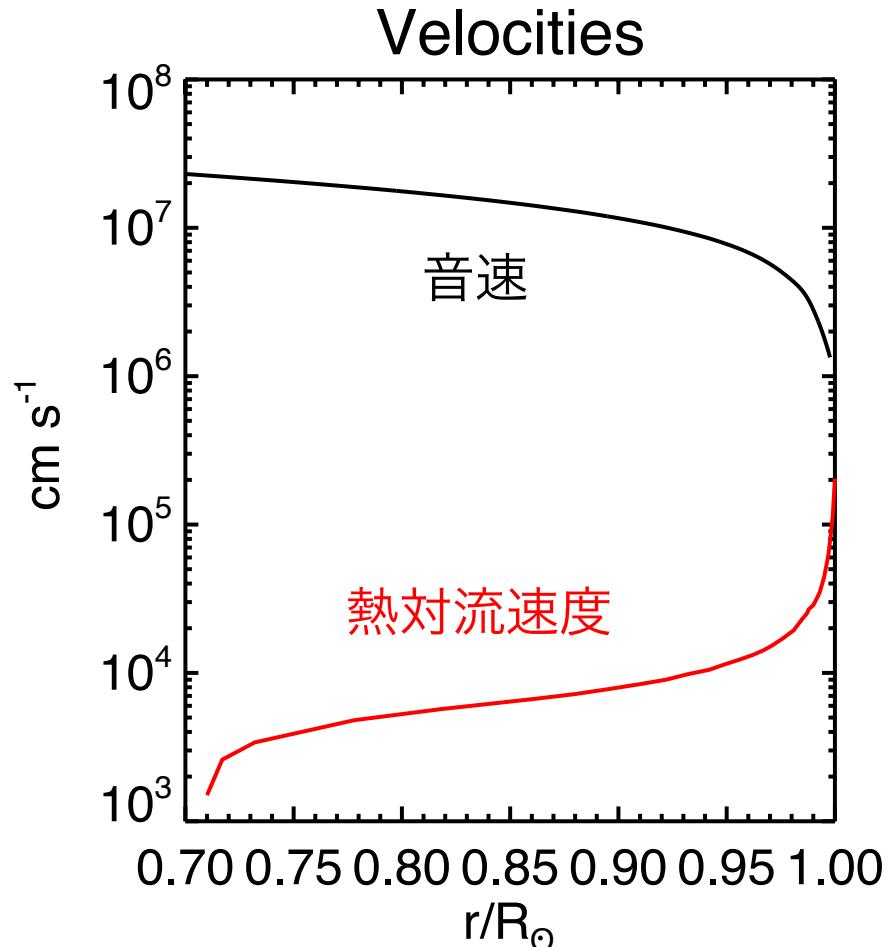
太陽内部研究の難しい所：音速

深い場所だけ解いていても速い音速が問題に

太陽対流層の底での熱対流の速度は、
100 m/s, 音速は200 km/s。
陽的に積分するとCFL条件が厳しくなり
時間積分回数が多くなる

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{c_s + v_c + c_a}$$

c_s : 音速
 v_c : 热対流速度
 c_a : アルフベン速度
 $c_s \gg v_c \sim c_a$



アネラスティック近似

速い音速に対応するために、アネラスティック近似が広く使われている(ASH, EULAG, FSAM, ...)

成層を許した非圧縮近似のようなもの

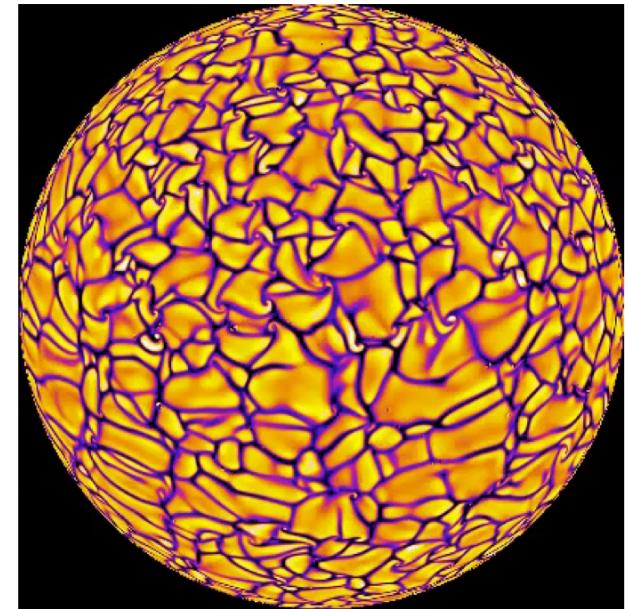
$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 \mathbf{v}) = [...] - \nabla p_1$$

$$\longrightarrow \boxed{\nabla^2 p_1 = \nabla \cdot [...]}$$

楕円型方程式を解く or
球面調和関数展開を使う

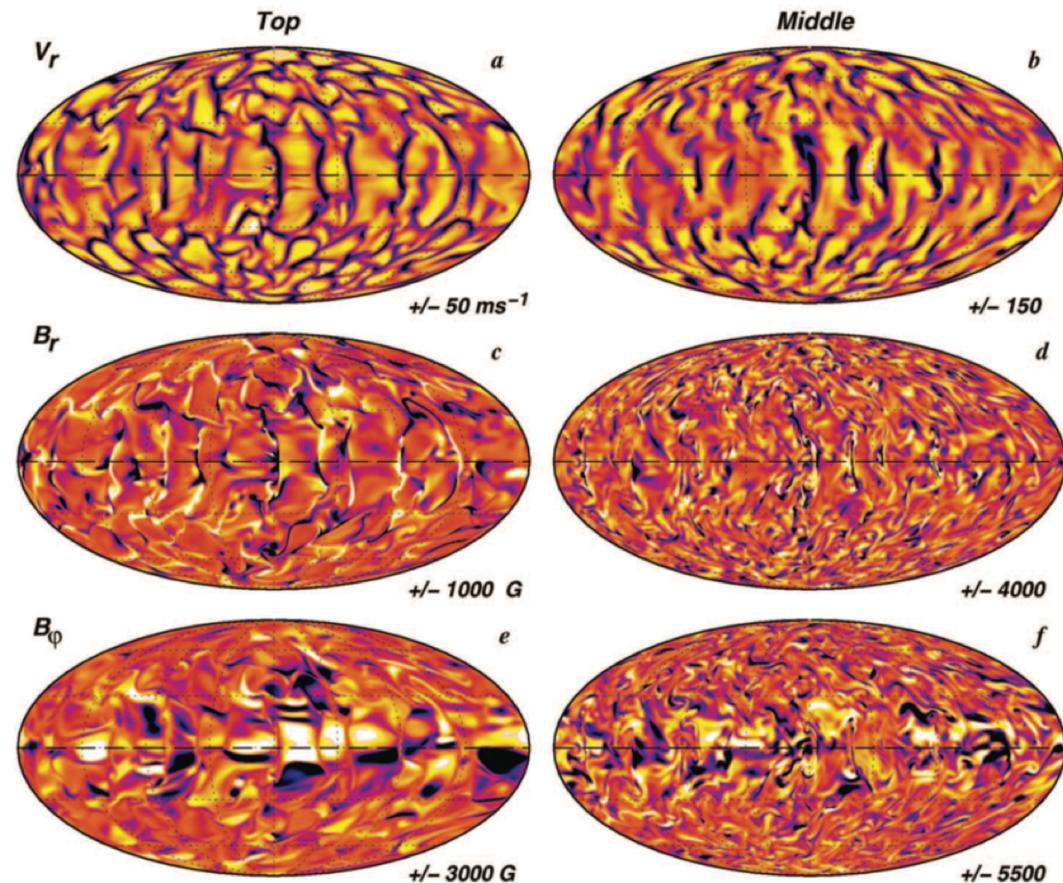


(Miesch+2008)

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0 \rightarrow \rho_0 \mathbf{v} = \nabla \times \nabla \times (W \mathbf{e}_r) + \nabla \times (Z \mathbf{e}_r)$$

アネラスティック近似を用いた計算

Brun+2004による低粘性・低拡散計算



当時としては非常に
低粘性: $\nu = 1.4 \times 10^{12} \text{ cm}^2/\text{s}$
低拡散: $\eta = 3.5 \times 10^{11} \text{ cm}^2/\text{s}$
の計算を実行。

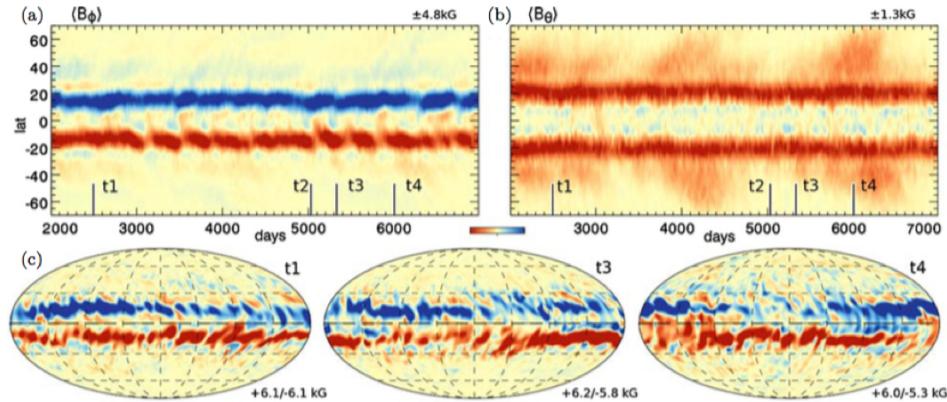
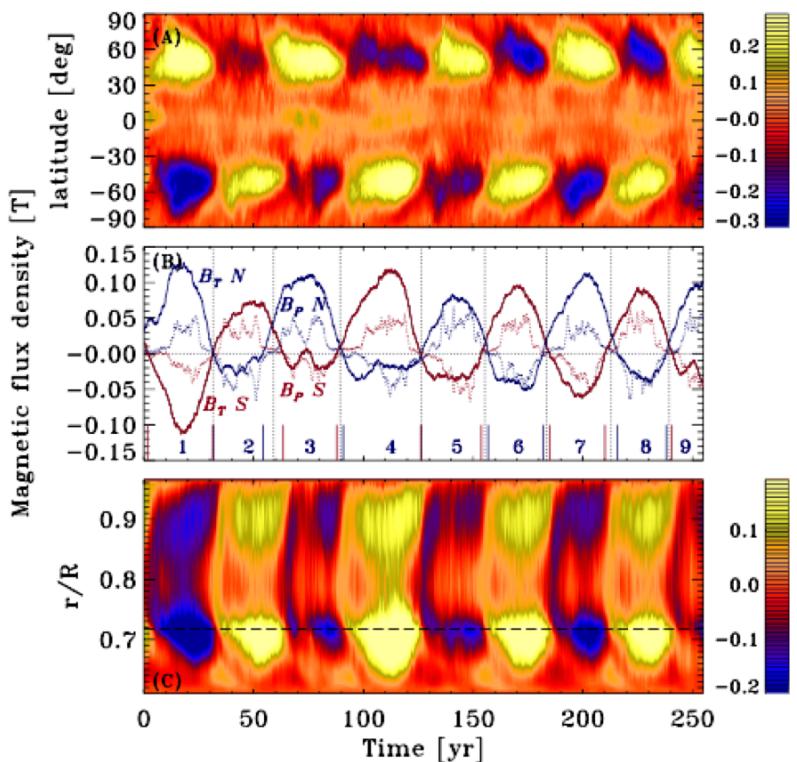
しかし、予想した通り乱流的な
小スケール磁場が卓越しまう。

大規模な磁場構造はない

ここから 6 年ほど暗黒の時代

大規模磁場生成と周期

GhizaruとBrownによる大規模磁場を得るための発明



低解像度計算により、大規模磁場を生成

$47 \times 64 \times 128$: Ghizaru+2010(ILES)

$$\nu = 1.32 \times 10^{12} \text{ cm}^2/\text{s}$$

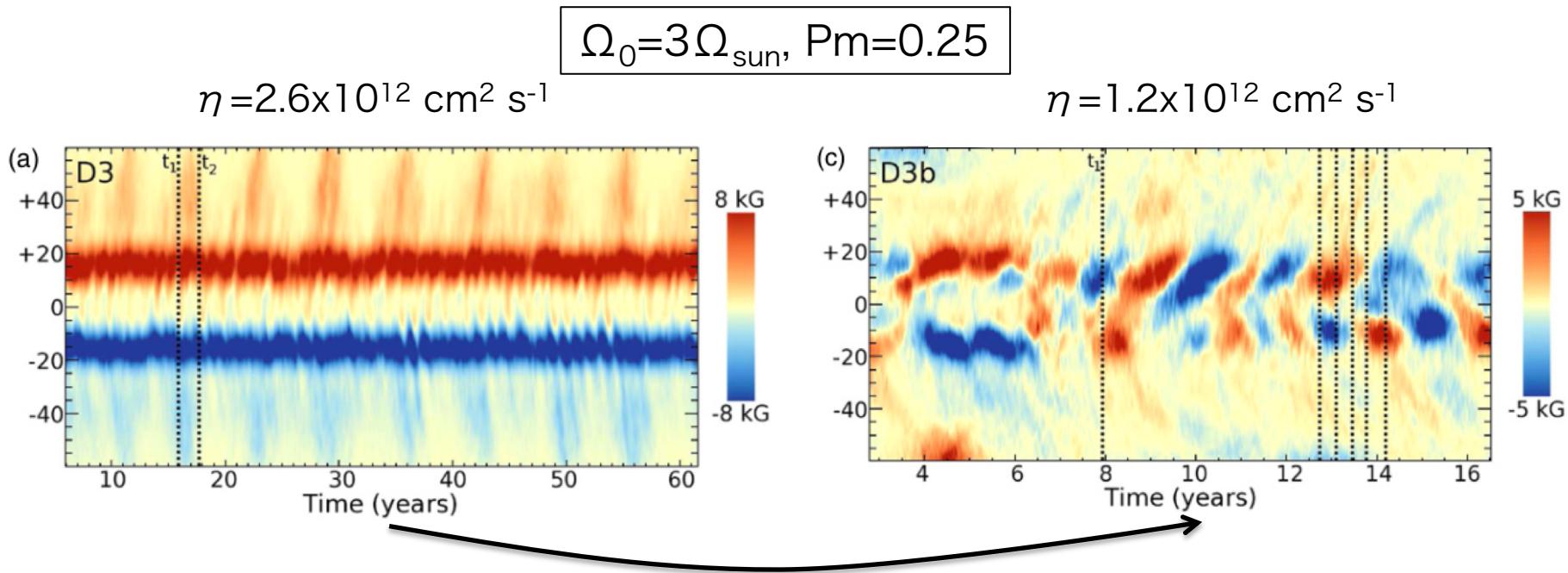
$$\eta = 2.64 \times 10^{12} \text{ cm}^2/\text{s}$$
: Brown+2010

高い拡散によって小スケールの磁場を消す

この後、この手法が大流行。Racine+2011, Käpylä+2012, Masada+2013, Warnecke+2015, Karak+2015など

高解像度化による大規模磁場破壊

再度挑戦するが、傾向は同じ(Nelson+2013)



磁気拡散を約半分に、平均的磁場のエネルギー $\langle B \rangle^2 / 8\pi$ は $1/3$ になる。
小スケール乱流の磁場の破壊が大きくなつたと考えられる。
太陽のとても小さい拡散($\sim 10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$)でどうやって大規模な磁場を生成・維持するかという謎は残る。

アネラスティック近似の問題点

1. 頻繁なグローバル計算

無限大の音速が、1つのプロセスにある情報を全てのプロセスに毎ステップ運ぶ。**大規模計算で不利。**

2. ルジャンドル関数展開の高いコスト

ルジャンドル関数展開(球面調和関数展開の一部)にはフーリエ変換と違い高速なアルゴリズムがない。ルジャンドル関数展開： $O(N^2)$ 、フーリエ変換： $O(M \log N)$ 。結果として、三次元計算では、球面調和関数を用いると $O(N^5)$ 、差分法では $O(N^4)$ となる。**高解像度で不利**

3. 表面で破綻する近似

音速が熱対流速度よりも速いという近似のために、表面付近は破綻する。**アネラスティック近似では、表面まで一貫しては解けない。**

音速抑制法

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0 \longleftrightarrow \rho = \rho_0 + \xi^2 \rho_1$$

$$\xrightarrow{\hspace{1cm}} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\frac{1}{\xi^2} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$$

連続の式を変化させることで、**実効的な音速を遅くする。**
擾乱の密度を人工的に大きくすることに対応する。

マッハ数が小さい場合は熱対流の性質に影響が出ない(Hotta+2012, 2015)

他グループでもしよう済み(Käpylä+2016)

音速抑制法の利点

1. 難しいグリッドにも簡単に実装できる

現在すでにある圧縮性コードを少し書き換えるだけで実装可能。

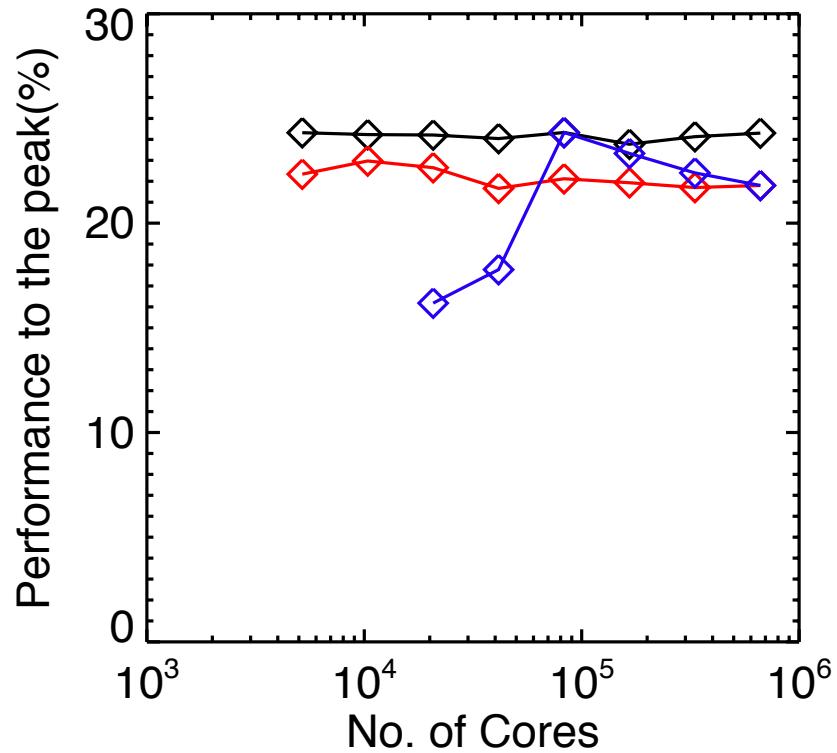
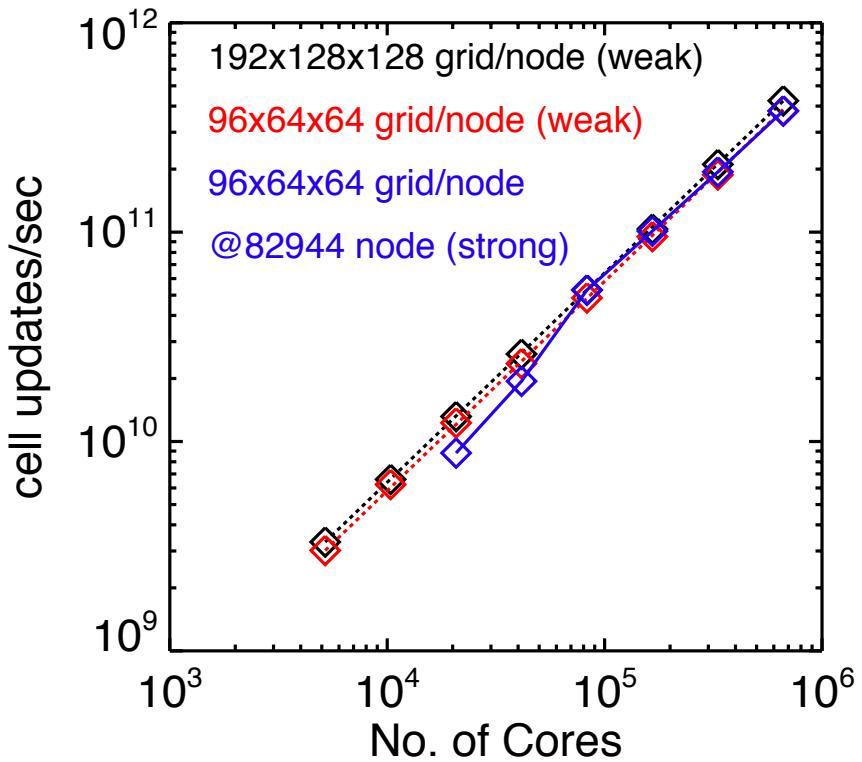
2. グローバル通信が必要ない

全ての方程式が、双曲線型になるので、隣接したプロセスとのみの通信が必要となる。

3. 表面付近も解ける

音速抑制率は空間に一様でなくても良いということがわかっている。大きな抑制率を対流層深部で用いて、太陽表面では抑制しないことで対流層全体を一貫して扱える。

音速抑制法を用いたコード



ほぼ理想的なスケーリングを京全システム(663,552 core)まで示している。理論ピーク性能に対して24%の実行性能を示している。

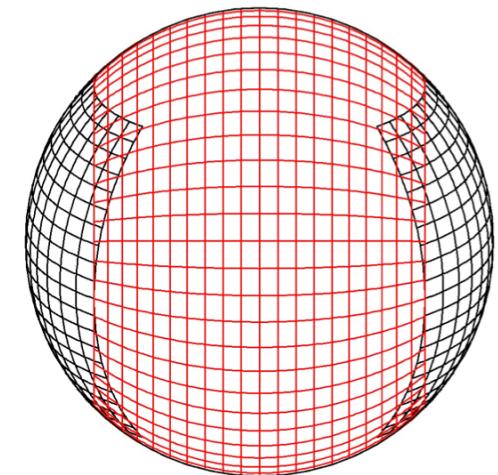
数値計算コード

数値計算法

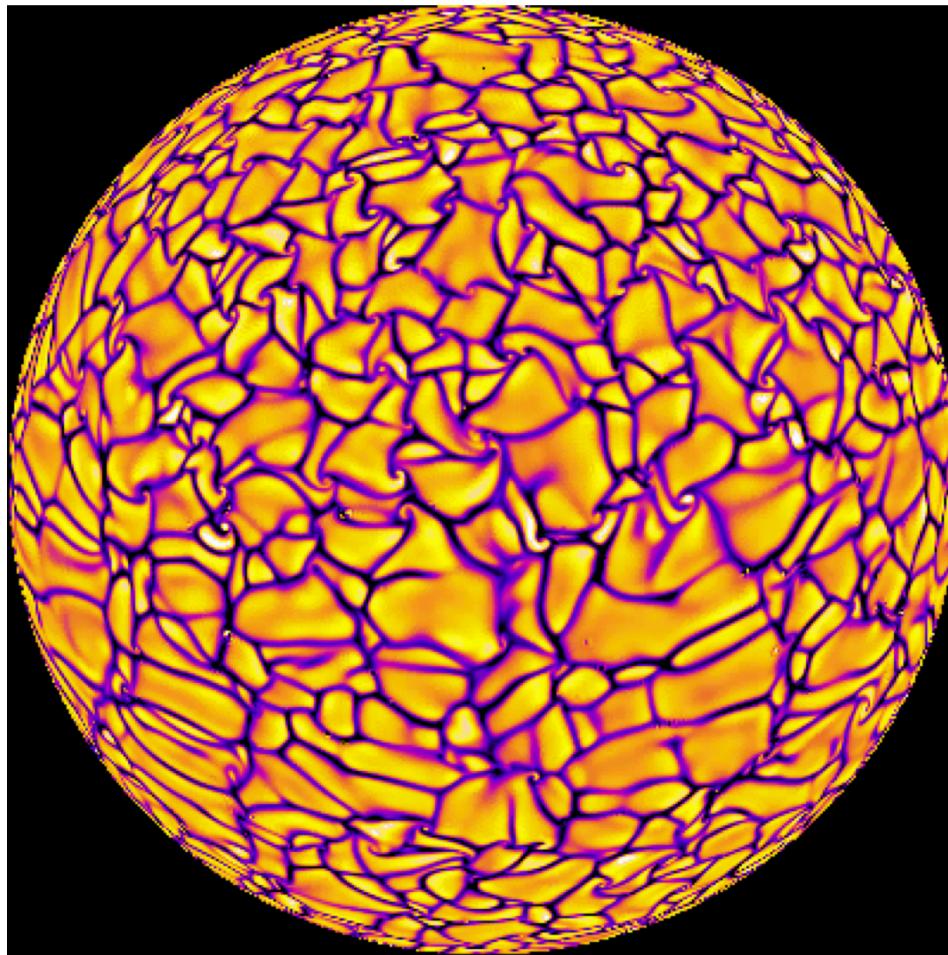
- ✓ Forth-order space-centered for space derivative.
- ✓ Forth-order Runge-Kutta for time integration.
- ✓ Slope-limited artificial diffusion for stabilizing the code and maximizing the Reynolds numbers(Rempel, 2014)
- ✓ div B cleaning method from Dedner+2002
- ✓ Yin-Yang grid for covering the whole spherical domain (Kageyama+2004)
- ✓ Both Cartesian and spherical geometry

太陽計算に向けて

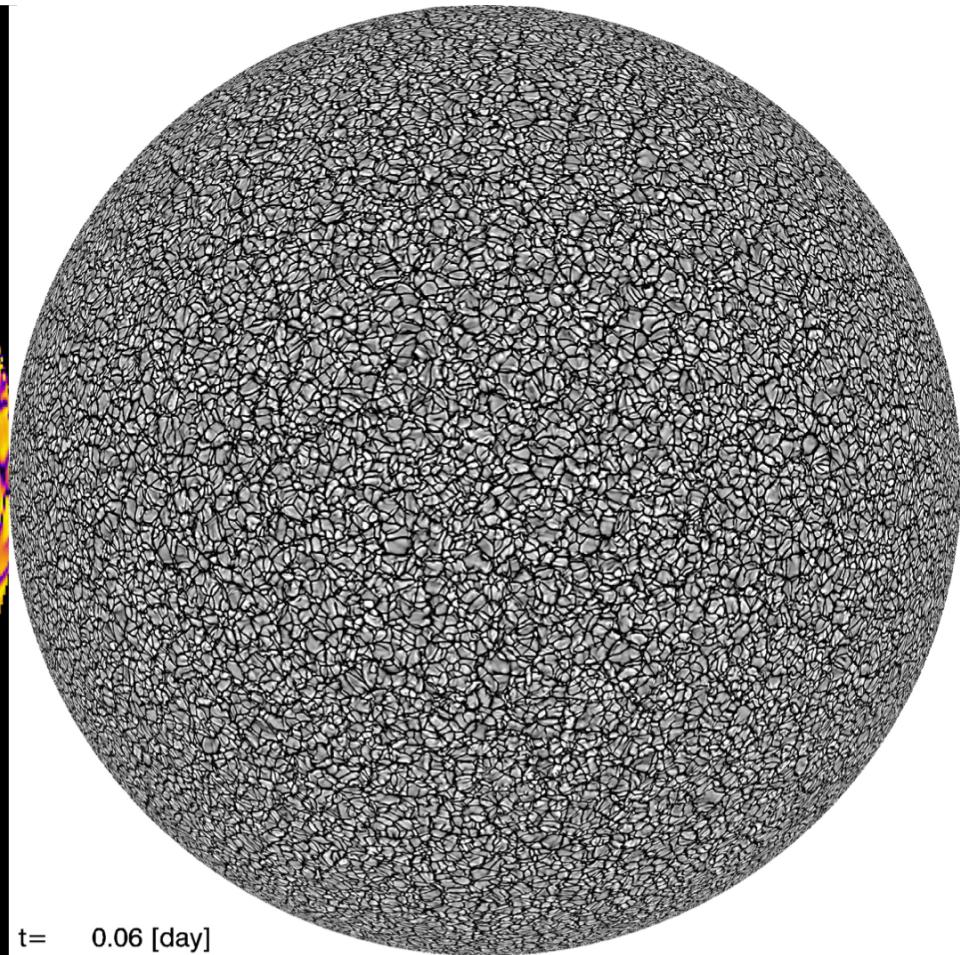
- ✓ Background stratification is from Model S
- ✓ Equation of state considering H, He ionization
- ✓ Reduced Speed of Sound Technique (Hotta+2012, 2015)



これまでの計算との違い



Miesch+2008



Hotta+2014

これまででもっとも大きい計算

4096×32400×32352

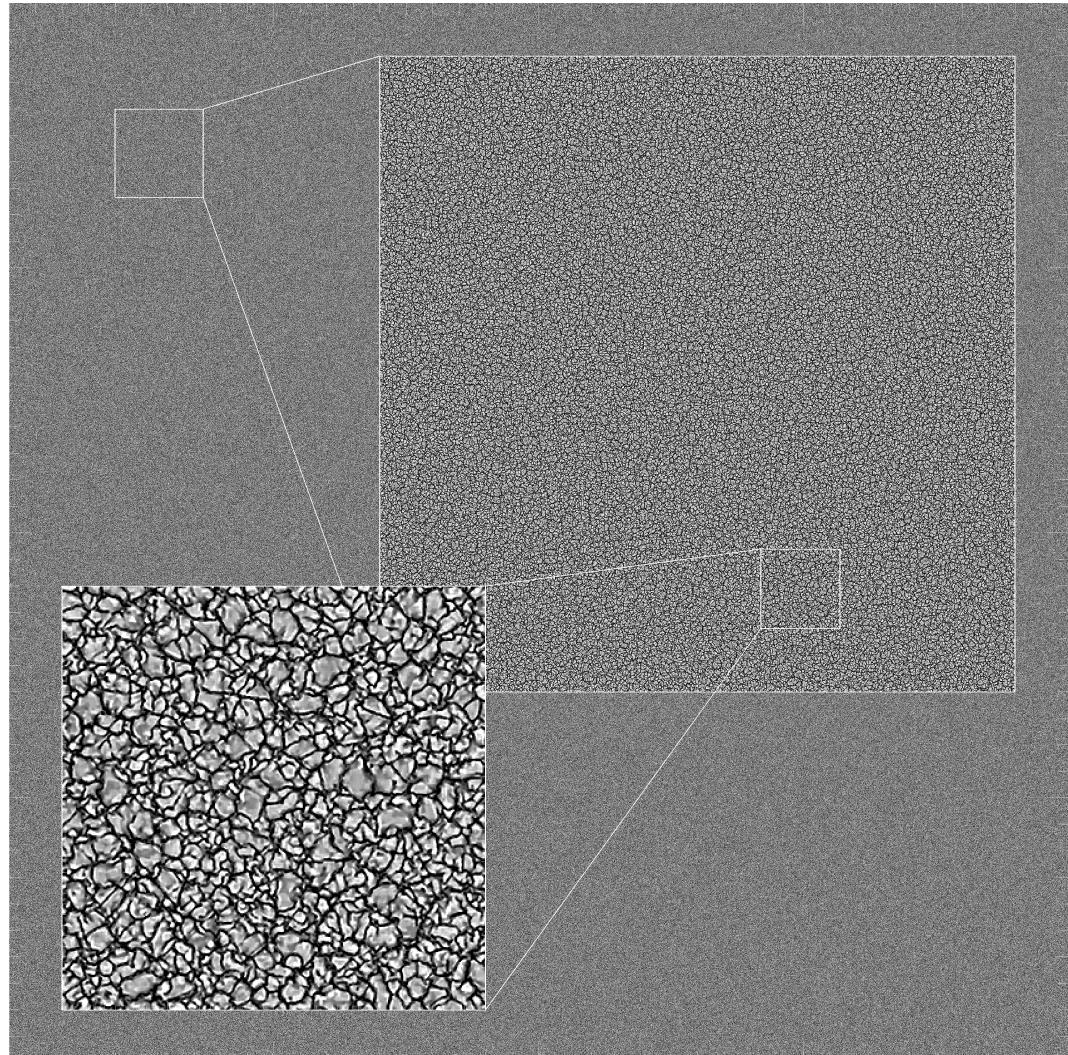
=**4.3兆格子点**

確認した限り世界でもっとも
大きい流体力学計算

京全システムを8時間使用
(82944node/663552core)

1.14 PBのメモリを使用
(京は1.26 PB)

2.54 PFLOPSを達成！



小スケールダイナモ \leftrightarrow 大スケールダイナモ

対流層の中では、小スケールダイナモがこれまで思っていたよりも活発に起きているだろうことは確かめられたが、それは**大スケールダイナモを壊してしまうのではないだろうか？**という疑問を確認するために計算をおこなった。

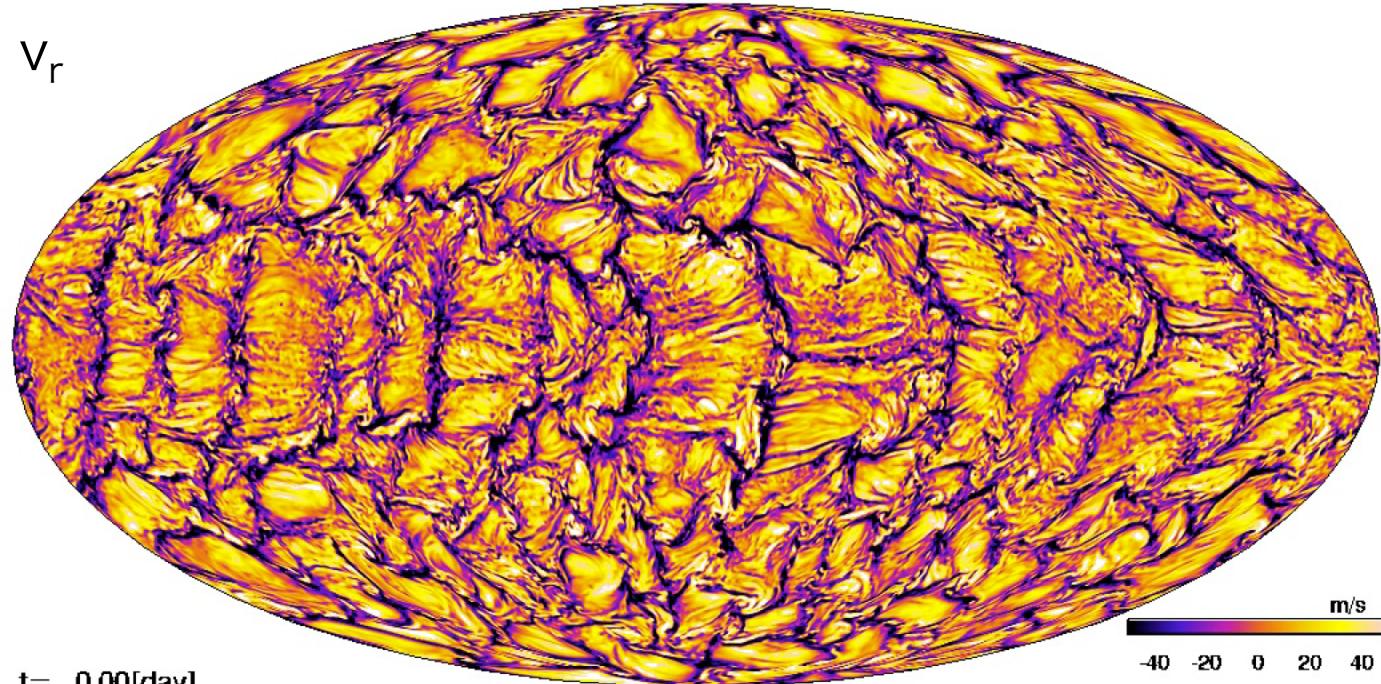
拡散低い

Cases	$N_r \times N_\theta \times N_\phi$	η, ν [cm ² s ⁻¹]	Note
Low_D	64x192x384	1×10^{12}	Fan+2014
Medium	64x192x384	N/A	
High	256x768x1536	N/A	

初期条件に100 Gの反対称なトロイダル磁場を設定。エントロピーに微小さな擾乱を与える。

名前がDが付いている計算は、陽に粘性・磁気拡散を入れているが、Dがないものは数値拡散のみである。

V_r

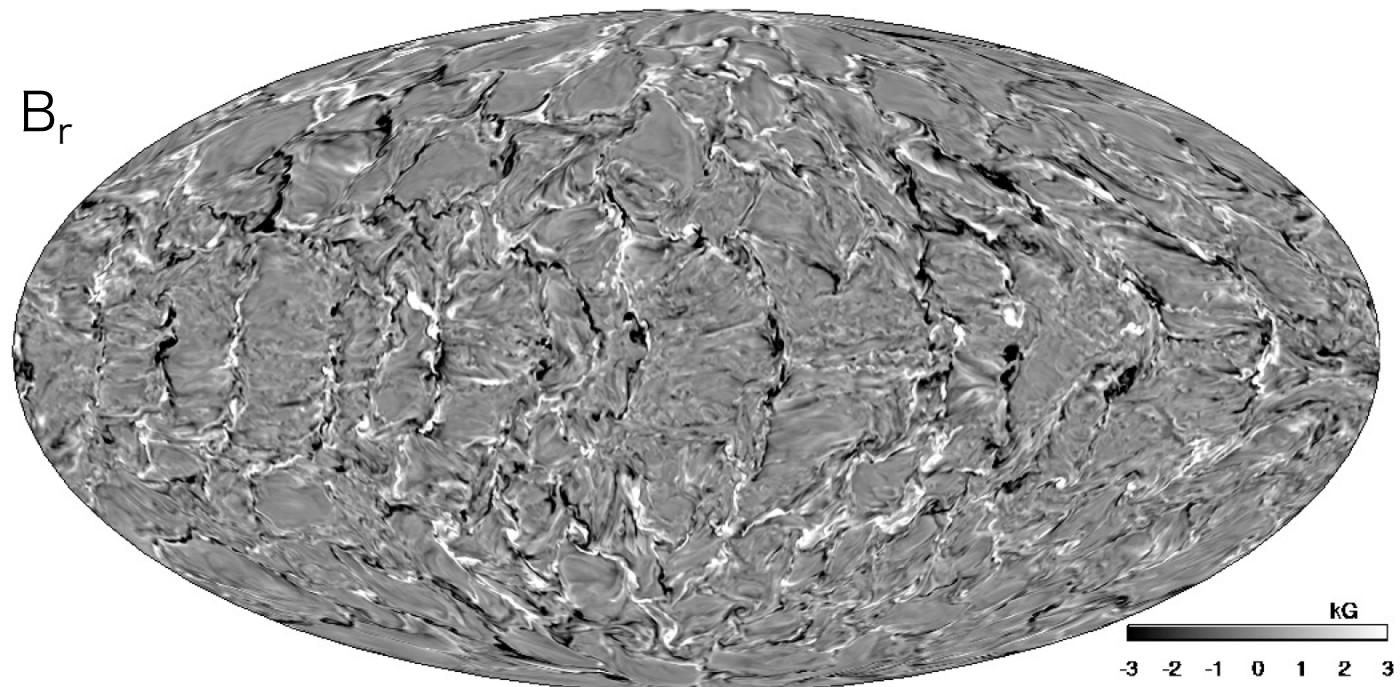


$t = 0.00$ [day]

m/s
-40 -20 0 20 40



B_r



kG
-3 -2 -1 0 1 2 3

解像度ごとの比較

右に行くほど拡散が低い(解像度が高い)

Low_D

$$\nu = \kappa = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

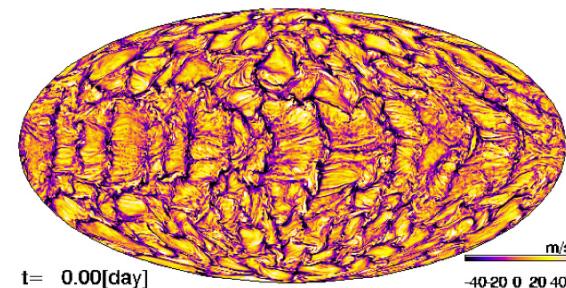
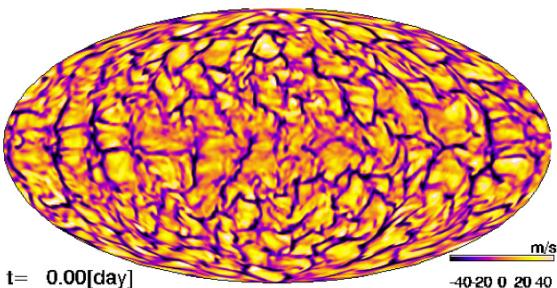
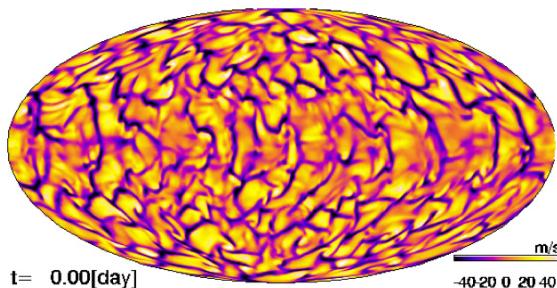
Medium

$$64 \times 192 \times 384$$

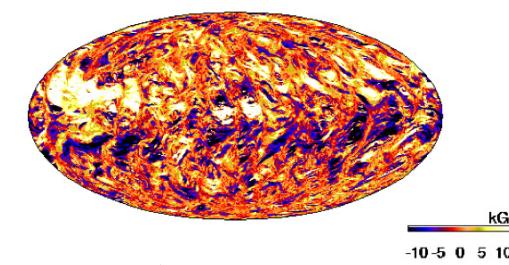
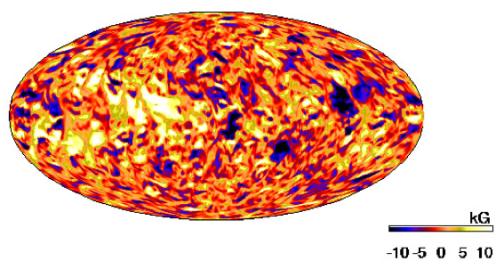
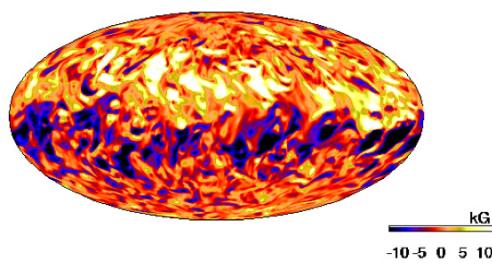
High

$$256 \times 768 \times 1536$$

v_r at
0.95R



B_ϕ at
0.72R



Fan+2014の計算と同様にLow_Dでは大規模で半対称な磁場が対流層の底に生成されている。Mediumでは解像度をあげたために、大規模な磁場は壊されてしまったように見える。Highではさらに解像度をあげた。そうすると、大規模な磁場が復活したように見える→蝶形図を見て、この発見を確かめる。

大スケール磁場とそのサイクル

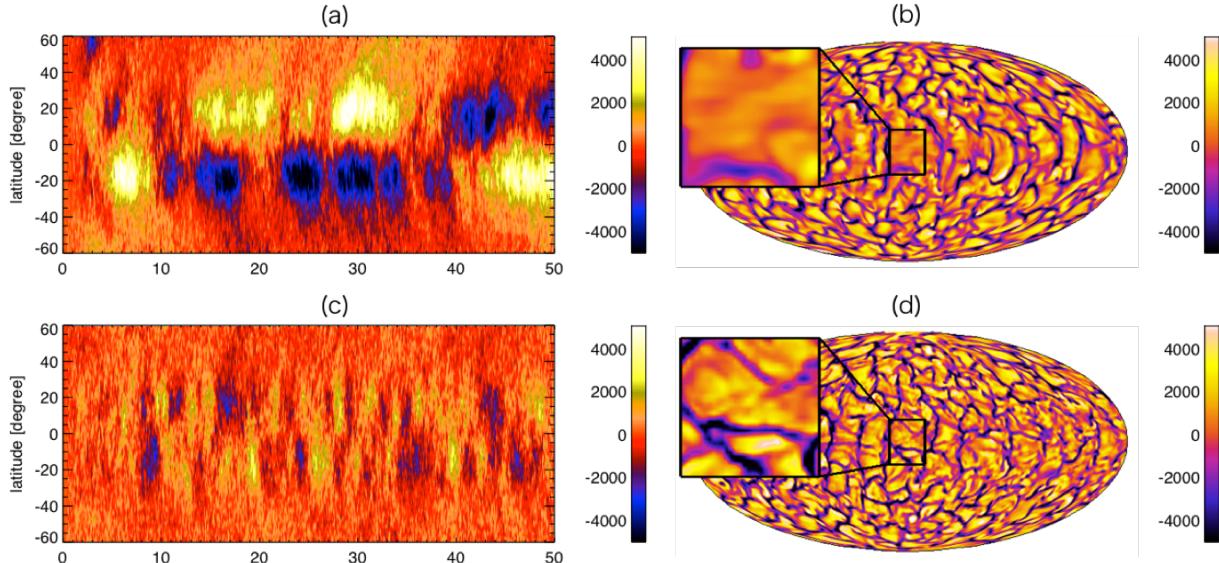
$\langle E_{\text{mag}} \rangle$: 平均化した磁場エネルギー $\langle B_\phi \rangle$ at $r=0.72R_{\text{sun}}$

Low_D

$$\nu = \eta = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$
$$\langle E_{\text{mag}} \rangle = 2.9 \times 10^4 \text{ erg cm}^{-3}$$

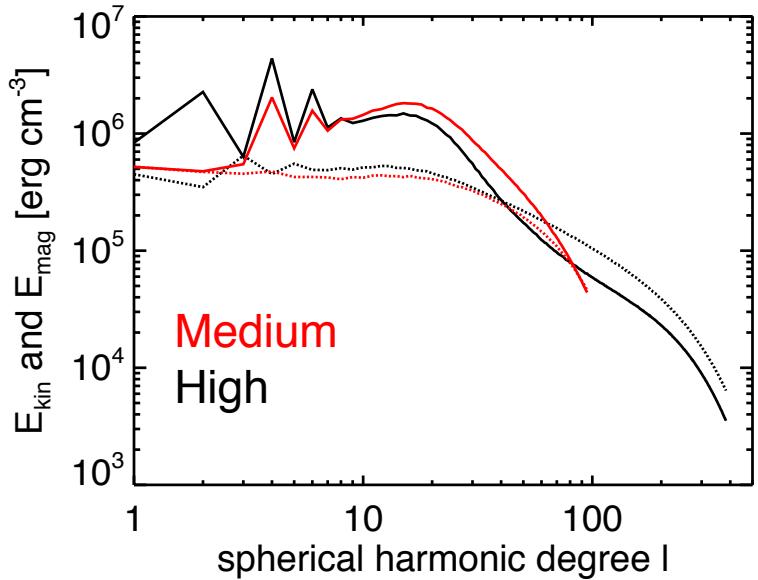
Medium

$$64 \times 192 \times 384$$
$$\langle E_{\text{mag}} \rangle = 1.3 \times 10^4 \text{ erg cm}^{-3}$$



もっとも解像度の高いケースでは、コヒーレントな大規模磁場が対流層の底で生成されていることがわかる(レイノルズ数が大きいにもかかわらず)

なぜ高解像度で大規模磁場が生まれたのか？



実線：運動エネルギー
点線：磁気エネルギー

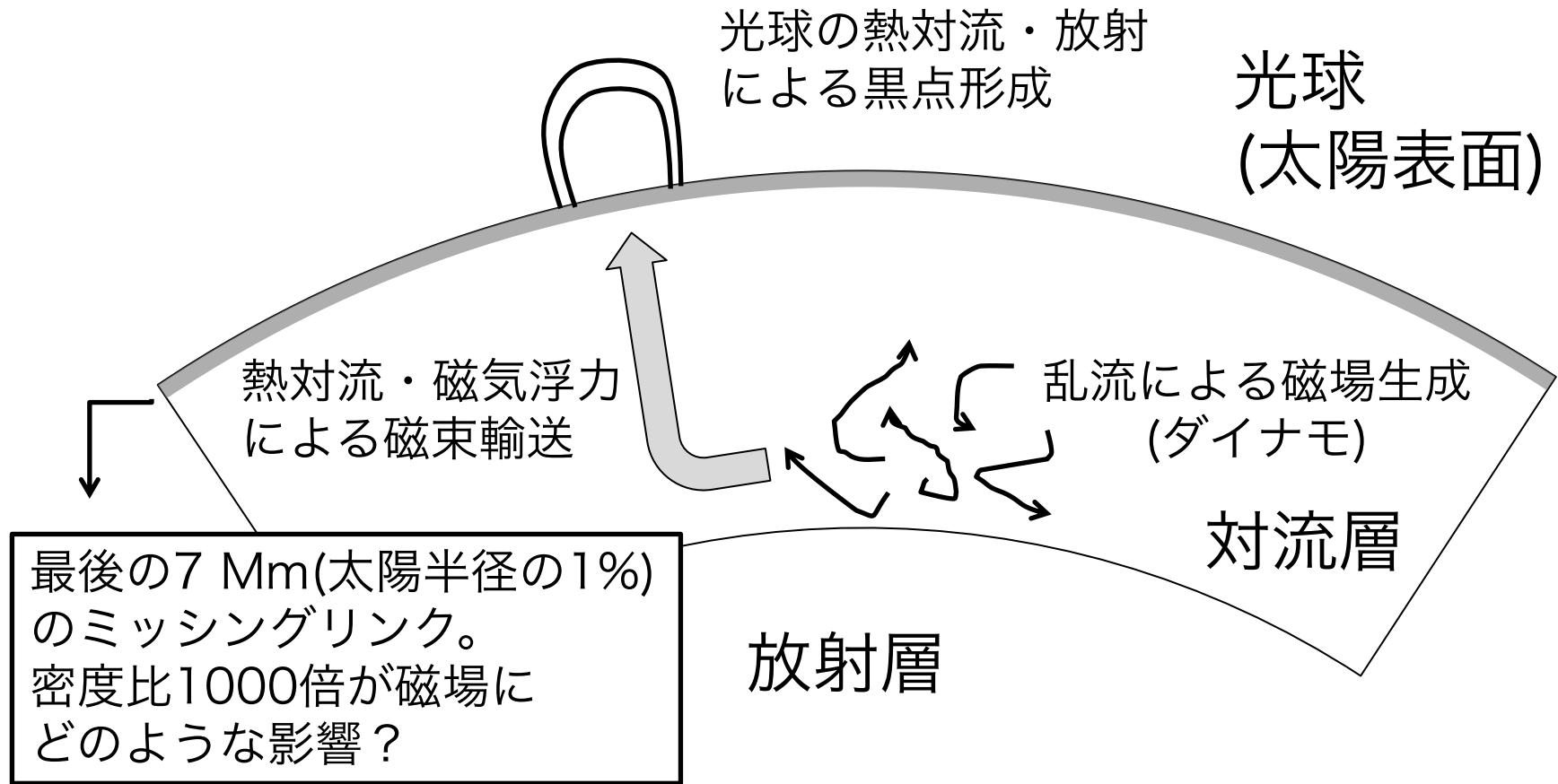
とても高い解像度では、小スケールダイナモが活発になり、小スケールで磁場エネルギーが運動エネルギーを超えている。

そのために、小スケールでのローレルンツ力による振り返しがとても大きくなり、小スケールの速度場が強く抑えられたのである。

結果として、小スケール乱流による破壊運動が抑えられて、高レイノルズ数 S でも大規模磁場が生成・維持されたのである。

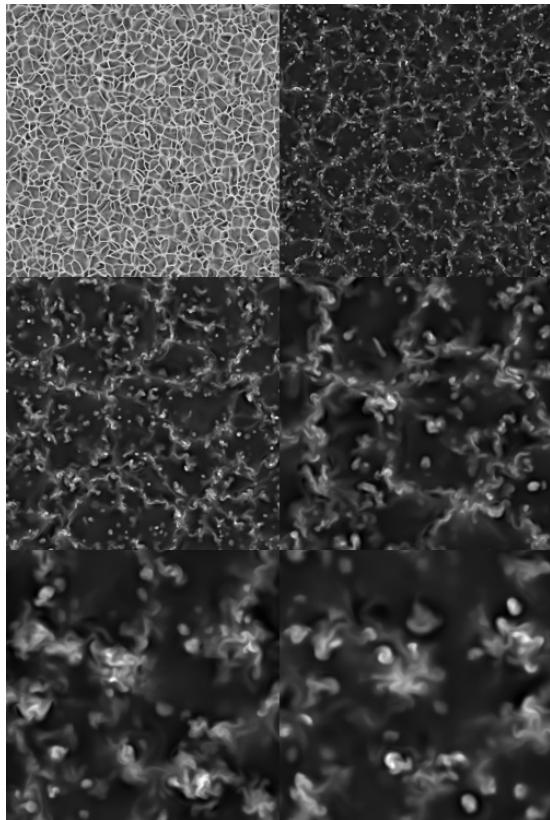
Hotta, Rempel, Yokoyama, 2016, Science

太陽対流層研究の目標

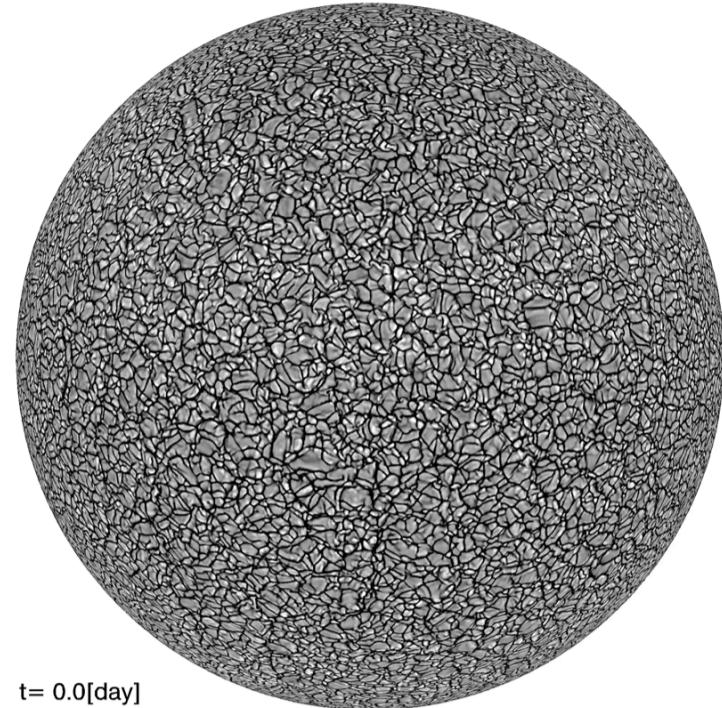


過去の研究

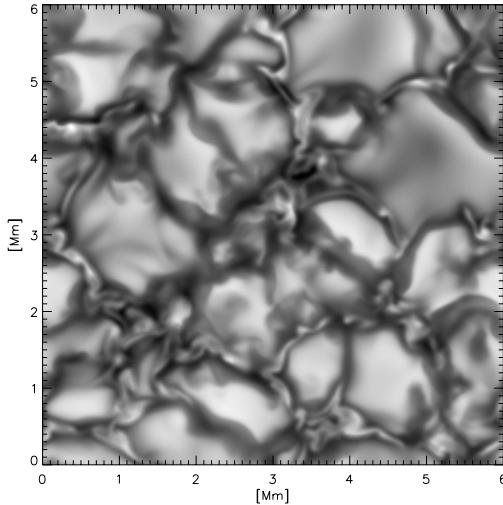
もっとも下部境界の
深い光球計算は ~50 Mm deep
(対流層の厚みの25%)
Lord+2014, PhD thesis



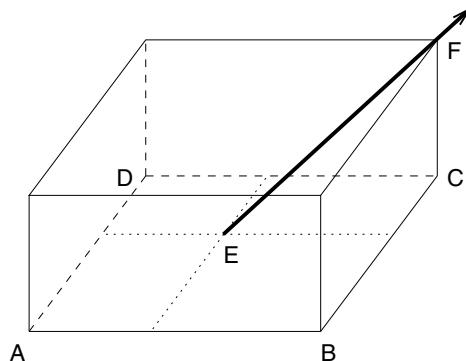
もっとも上部境界の高い深部計算は
0.99Rsun
(光球から7 Mm下のところ)
Hotta+2014, 2015



対流層深部計算のための軽減策



Vögler+2005
MURaM



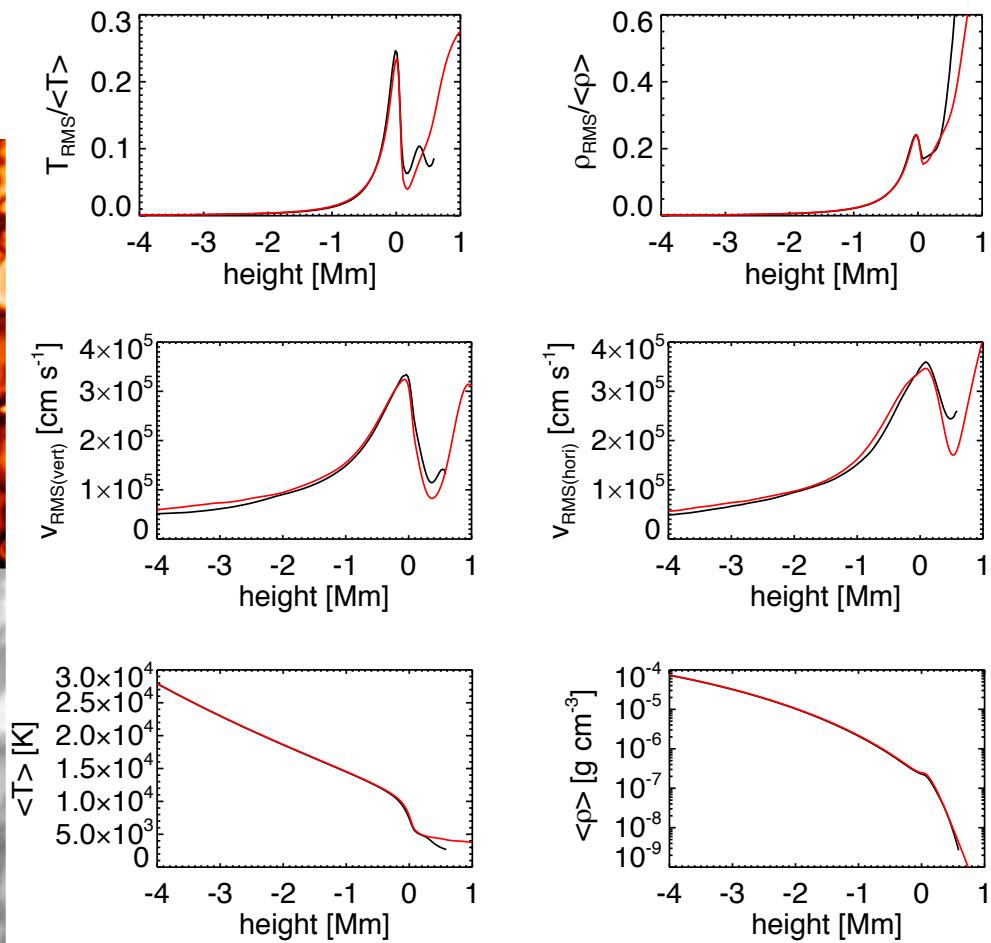
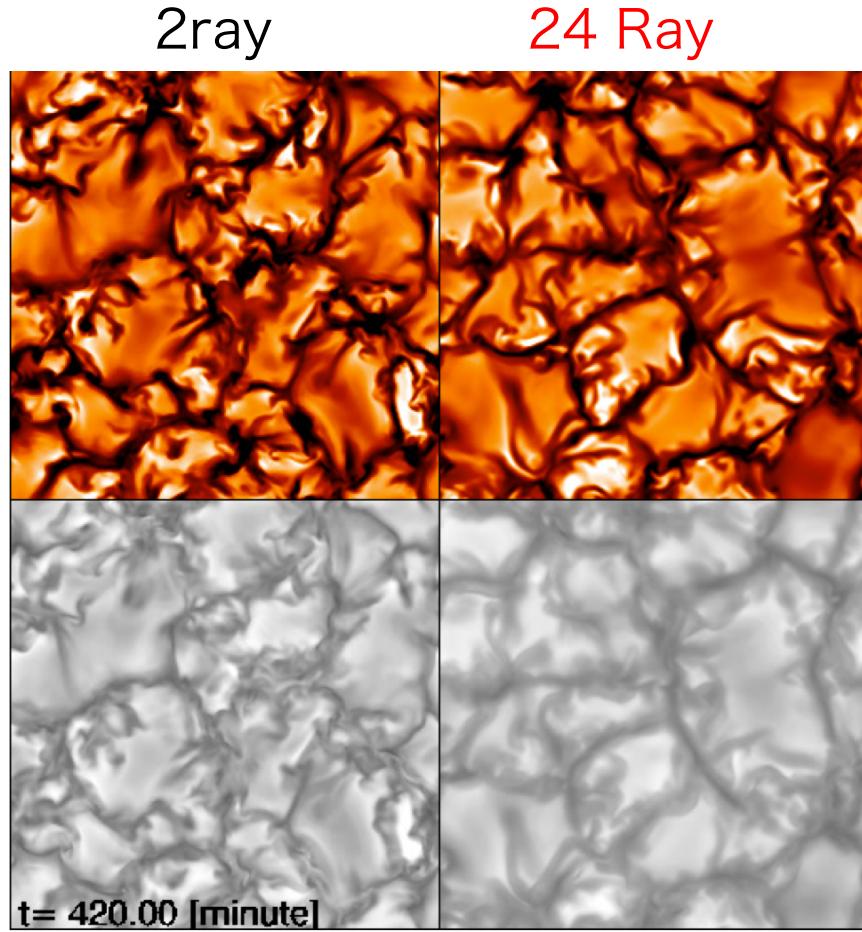
輻射輸送は、基本的には局所的な問題でないが、
ポスト京での実行を考えてできるだけ局所的にし
たい。

$$\frac{\partial I}{\partial \tau} = -I + S$$

そのために二つの方法を採用した：

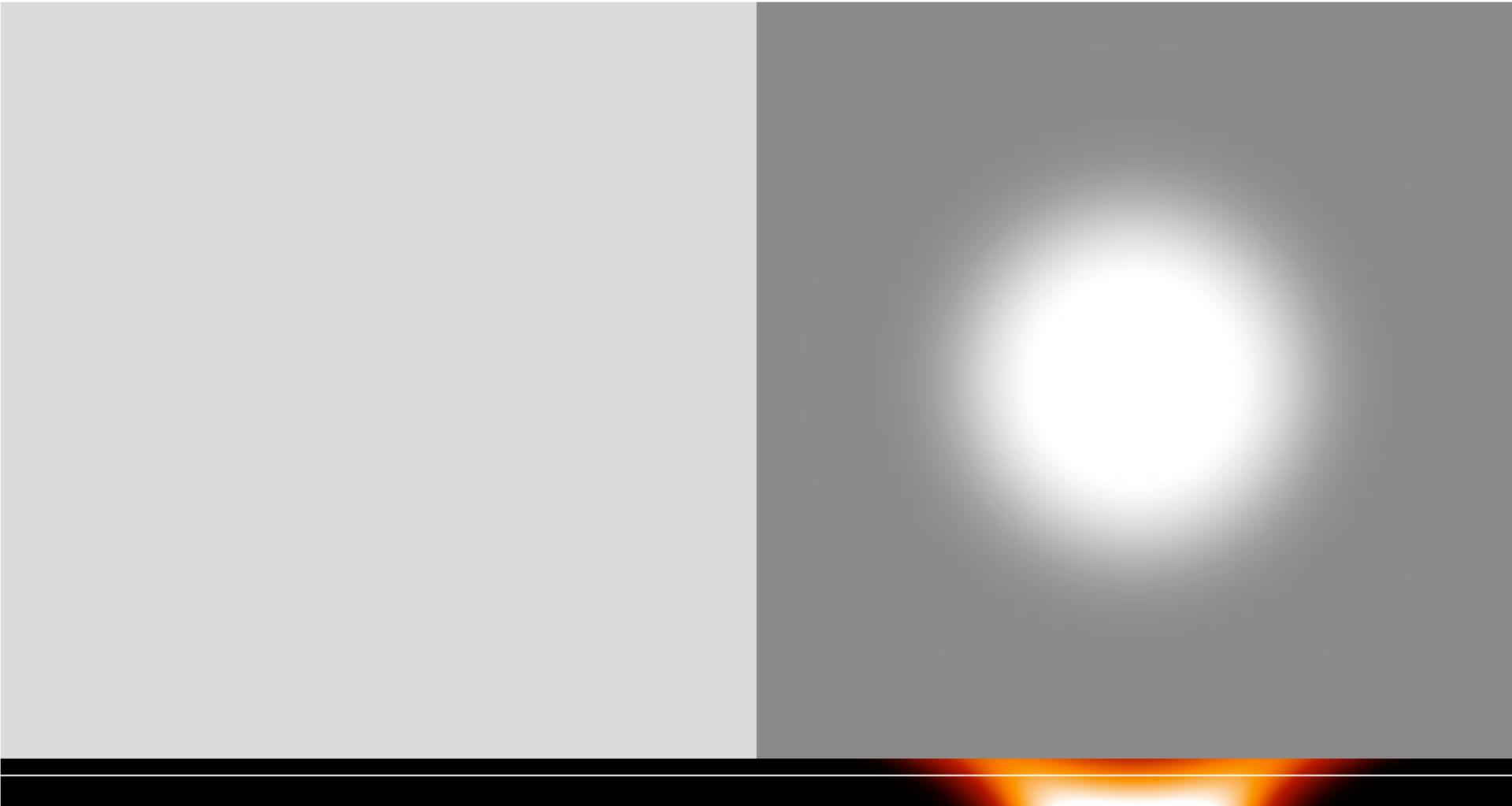
1. 水平方向の輻射輸送は解かずに、光学的に厚いところのみ拡散近似で対応($\tau > 5$)
数値計算によりチェックが必要
2. 輻射輸送はMPIスレッドの一番上の層をあつかうものの一番下の境界から始める。この場所ですでに光学的に十分厚いので輻射強度は、一口カルな温度とopacityで決まる→どこから初めても良い
一応チェックするが物理的に妥当と思われる

他のコードとの比較



These also match very well with Beeck+2012

黒点計算



状態方程式

擾乱の大きさに応じて、使う状態方程式を切り替える

対流層の深いところ
線形状態方程式($\delta \sim 10^{-6}$)

対流層の浅いところ
テーブル状態方程式($\delta \sim 0.1$)

$$p_{1(L)} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \rho_1 + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho s_1 \quad p_{1(T)} = p(\rho, s) - p_0$$

$$c_t = \max \left(\frac{|\rho_1|}{\rho_0}, \frac{|s_1|}{s_0} \right) \quad F_{\text{eos}} = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{\log_{10}(c_t) - c_{t0}}{dc_t} \right) \right]$$

$$c_{t0} = -2, \quad dc_t = 0.1$$

$$p_1 = p_{1(L)}(1 - F_{\text{eos}}) + p_{1(T)}F_{\text{eos}}$$

まとめ

太陽の黒点数11年周期を解決するのが目標。

そのためには、太陽内部の熱対流を正確に理解することが重要
太陽内部の熱対流の難しい点：

- 1. 大きなレイノルズ数**
- 2. 極端な空間・時間スケール差**
- 3. 速い音速**

これらを克服するために、アネラスティック近似、音速抑制法などが提案され、研究が進められてきた。

周期を再現すること可能になると共に、現在では太陽対流層全体を一貫して扱うことができるようになっており、今後、大規模磁場・周期・黒点生成を首尾一貫して扱う計算が可能になるだろう。